

dr inż. Irena Bagińska<sup>1\*)</sup>

ORCID: 0000-0002-8481-5893

dr inż. Marek Wyjadłowski<sup>2)</sup>

ORCID: 0000-0003-0411-952X

dr inż. Monika Bartlewska-Urban<sup>1)</sup>

ORCID: 0000-0002-5172-8144

# Determination of the Hardening Soil small model parameters based on SCPTu tests

## Wyznaczanie parametrów modelu Hardening Soil small na podstawie badań SCPTu

DOI: 10.15199/33.2026.02.05

**Abstract:** The article presents a procedure for determining the parameters of the Hardening Soil small-strain model (HSs) based on the results of a seismic cone penetration test (SCPTu). The applied technique, which combines the determination of the soil's elastic properties in the form of compressional (p-wave) and shear (s-wave) wave velocities with the assessment of strength parameters derived from static penetration testing supported by basic laboratory tests, made it possible to establish all parameters of the HSs model. The HSs soil model is an elasto-plastic constitutive model with a non-associated flow rule and both deviatoric and volumetric hardening, widely used in numerical analyses performed with the Finite Element Method (FEM). A proper parametric description – particularly for overconsolidated cohesive soils – is crucial for promoting the use of the HSs model in engineering practice, as it requires defining soil parameters appropriate for the strain ranges occurring in various phases of geotechnical structure performance.

**Keywords:** seismic cone penetration test (SCPTu); Hardening Soil small-strain model (HSs); soil stiffness parameters; elastic waves in soil; geotechnics.

**Streszczenie.** Artykuł przedstawia procedurę określania parametrów modelu Hardening Soil small (HSs) na podstawie wyników sondowania statycznego z modułem sejsmicznym (SCPTu). Połączenie określenia cech sprężystych gruntu w postaci prędkości fal sprężystych podłużnych (p-wave) i poprzecznych ścinających (s-wave) oraz oceny parametrów wytrzymałościowych na bazie sondowania statycznego, wykorzystując podstawowe badania laboratoryjne, umożliwiło wyznaczenie wszystkich parametrów modelu HSs, sprężysto-plastycznego modelu gruntu z niestowarzyszonym prawem plastycznego płynięcia ze wzmocnieniem dewiatorowym i objętościowym, posiadającym wiele zastosowań w analizach numerycznych Metodą Elementów Skończonych (MES). Opis parametryczny, szczególnie prekonsolidowanego gruntu spoistego, ma duże znaczenie w projektowym upowszechnianiu stosowania modelu HSs, ponieważ konieczne jest określenie parametrów ośrodka gruntowego dostosowanych do zakresu odkształceń w różnych fazach pracy różnych konstrukcji geotechnicznych.

**Słowa kluczowe:** sondowanie statyczne z modułem sejsmicznym (SCPTu); model Hardening Soil small (HSs); parametry sztywności gruntu; fale sprężyste w gruncie; geotechnika.

The selection of a soil model and its parameters is a key decision in the process of assessing stresses and deformations of geotechnical structures in numerical analyses performed using the Finite Element Method (FEM). The most commonly used material model is the elastic–perfectly plastic Mohr–Coulomb (M-C) model. It requires the adoption of only five input parameters: Young's modulus  $E$ , Poisson's ratio  $\nu$ , the effective internal friction angle  $\phi'$ , cohesion  $c'$  and the dilation angle  $\psi$  [1]. The Hardening Soil (HS) model [2] is a popular model used to describe the nonlinear stress–strain relationship of the soil medium. It essentially reflects the change in soil stiffness depending on the existing stress level. The behaviour of soil and geomaterials, such as cement-treated soils and rock-fill materials [3], varies depending on the magnitude of the stress to which they are subjected. The HS model is an elasto-plastic hyperbolic isotropic model with second-order hardening, which has found application in FEM numerical analyses of various ge-

Wybór modelu gruntu oraz jego parametrów jest kluczową decyzją w procesie wykonywania oceny naprężeń i odkształceń konstrukcji geotechnicznych w analizach numerycznych Metodą Elementów Skończonych (MES). Najczęściej stosowanym modelem materiałowym jest sprężysto-idealnie plastyczny model Mohra-Coulomba (M-C). Wymaga on przyjęcia tylko pięciu parametrów wejściowych: modułu Younga  $E$ , współczynnika Poissona  $\nu$ ; kąta tarcia wewnętrznego  $\phi'$ ; spójności  $c'$  i kąta dylatacji  $\psi$  [1]. Hardening Soil (HS) [2] jest popularnym modelem używanym do opisu nieliniowej relacji naprężeń i odkształceń ośrodka gruntowego. Zasadniczo odzwierciedla zmianę sztywności gruntu w zależności od istniejącego naprężenia. Zachowanie gruntu oraz geomateriałów, takich jak cementogrunty i rumosz [3] zmienia się w zależności od wielkości naprężenia, któremu podlegają.

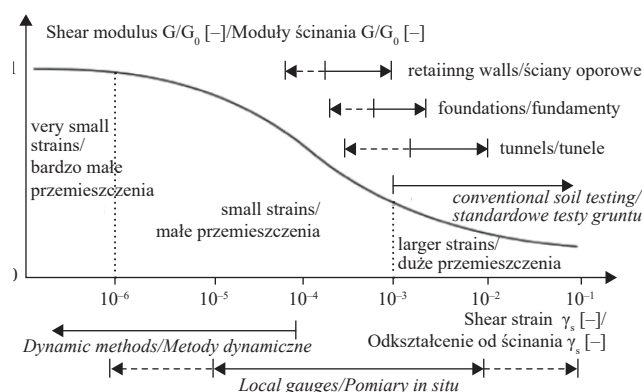
HS to sprężysto-plastyczny hiperboliczny izotropowy model ze wzmocnieniem drugiego rzędu, który znalazł zastosowanie w analizach numerycznych MES w przypadku różnych konstrukcji geotechnicznych [4÷6]. Złożoność modelu HS wynika z zestawu jego parametrów, których wyznaczenie wymaga po-

<sup>1)</sup> Politechnika Wrocławska, Wydział Geoinżynierii, Górnictwa i Geologii

<sup>2)</sup> Politechnika Wrocławska, Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego

<sup>\*)</sup> Correspondence address: irena.baginska@pwr.edu.pl

otechnical structures [4–6]. The complexity of the HS model results from the set of its parameters, the determination of which requires a combination of field and laboratory investigations. The Hardening Soil model with small-strain stiffness (HSs) is a modification of the HS model that accounts for increased soil stiffness at small strain levels. At minimal strain values, soils exhibit greater stiffness than at typical strain levels resulting from operational loading of structures (Figure 1). In the HSs model, soil stiffness changes nonlinearly with increasing strain. These soil properties are taken into account by introducing an additional strain history parameter and two material parameters:  $G_0$  (shear modulus at small strain) and  $\gamma_{0.7}$  (the shear strain level at which the shear modulus decreases to approximately 70% of the small-strain shear modulus). The HSs constitutive model is based on the same assumptions as the HS model with the M-C failure criterion. The advantages of the HSs model are most evident in displacement calculations under varying load amplitudes, where more realistic displacement values are obtained compared with those predicted by the M-C and HS models [4].



**Fig. 1. Stiffness-deformation relationship [8]**  
Rys. 1. Zależność sztywność – odkształcenie [8]

In soils, both at small and large strain levels, the stress–strain relationship can be approximated by a hyperbolic function [7]. The stiffness reduction curve decreases nonlinearly and has a characteristic S-shaped form on a logarithmic scale with respect to shear strains (Figure 1). Only in the case of very small strains, i.e. smaller than  $10^{-6}$ , does soil behaviour exhibit linear-elastic characteristics.

Model parameters play a fundamental role in defining material response under different loading scenarios. From a geotechnical point of view, quasi-continuous field cone penetration testing using a static cone (Cone Penetration Tests – CPT) is among the most effective methods, providing an almost ideal representation of the geotechnical environment. This in situ investigation method allows for the determination of strength and deformation characteristics [9], identification of geological layers [10], and the estimation of soil parameters [9]. It also supports the probabilistic design of geotechnical structures [11].

The article describes the procedure for determining selected parameters of the HSs model using measurements obtained from static cone penetration testing equipped with a seismic module (SCPTu) [12]. The parametric evaluation was carried out for a fine-grained soil from the Świerzna area, located in

łączenia badań polowych oraz laboratoryjnych. Model Hardening Soil, ze zmienną sztywnością przy małym odkształceniu (HSs), stanowi modyfikację modelu HS, która uwzględnia zwiększoną sztywność gruntu przy małych odkształceniach. W przypadku minimalnej wartości odkształcenia gruntu wykazują bowiem większą sztywność niż przy typowych poziomach odkształcenia wskutek eksploatacyjnego obciążenia od budowli (rysunek 1). W modelu HSs sztywność gruntu zmienia się nieliniowo wraz z przyrostem odkształcenia.

Wymienione właściwości gruntu są uwzględnione dzięki dodatkowemu parametrowi historii odkształcenia oraz dwóm parametrom materiałowym:  $G_0$  (moduł ścinania przy małym odkształceniu) i  $\gamma_{0.7}$  (poziom odkształcenia ścinającego, przy którym moduł ścinania zmniejszył się do ok. 70% modułu ścinania przy małym odkształceniu). Model konstytutywny HSs bazuje na tych samych założeniach, jak model HS z kryterium zniszczenia M-C. Zalety modelu HSs są najbardziej widoczne w obliczeniach przemieszczenia w zakresie zmiennych amplitud obciążenia, gdzie uzyskuje się dokładniejsze wartości przemieszczenia w porównaniu z przemieszczeniami w modelach M-C i HS [4].

W gruntach, w przypadku małych i dużych odkształceń, zależność między naprężeniem a odkształceniem można przybliżyć funkcją hiperboliczną [7]. Krzywa redukcji sztywności maleje nieliniowo i ma charakterystyczny kształt zbliżony do litery S w skali logarytmicznej w odniesieniu do odkształceń pochodzących od ścinania (rysunek 1). Jedynie w przypadku bardzo małych odkształceń, tj. mniejszych niż  $10^{-6}$ , zachowanie gruntu ma charakter liniowo-sprężysty.

Parametry modelu odgrywają zasadniczą rolę w definiowaniu reakcji materiału w różnych scenariuszach obciążeń. Z geotechnicznego punktu widzenia quasi-ciągłe badania terenowe penetracji stożkowej sondą statyczną (Cone Penetration Tests – CPT) są jednymi z najskuteczniejszych, które tworzą niemal idealny obraz środowiska geotechnicznego. Ta metoda badań *in situ* pozwala na określenie charakterystyk wytrzymałościowych i odkształceniowych [9], identyfikację warstw geologicznych [10] i ustalenie parametrów gruntu [9]. Wspomaga także probabilistyczne projektowanie konstrukcji geotechnicznych [11].

W artykule opisano procedurę określania wybranych parametrów modelu HSs, wykorzystując pomiary sondowania statycznego wyposażonego w moduł sejsmiczny (SCPTu) [12]. Procedurę oceny parametrycznej przeprowadzono w przypadku gruntu drobnoziarnistego z okolic miejscowości Świerzna zlokalizowanej w południowo-zachodniej części Polski. Zastosowano hybrydowe połączenie informacji z badań SCPTu oraz badań w postaci oceny cech fizycznych [13] w nawiązaniu do badań laboratoryjnych i oceny cech wytrzymałościowych metodą NTH z badań CPTu [14].

## Pomiary i interpretacja badań SCPTu

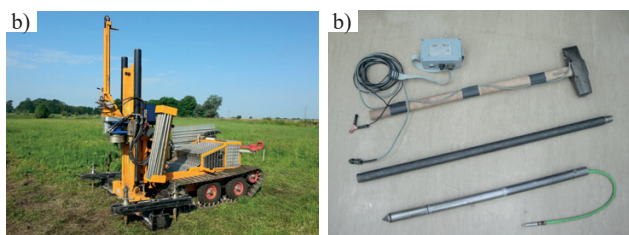
W celu oceny parametrów materiałowych do modelu HSs wykonano dziewięć sondowań statycznych (CPTu), w tym sześć z modułem sejsmicznym (SCPTu) w miejscowości Świerzna. Podłoże geologiczne w tym rejonie tworzą głównie utwory czwartorzędowe z przewagą glin zwałowych, piaski i żwiry wodnolodowcowe oraz osady rzeczne będące efektem działalności ląd-

the south-western part of Poland. A hybrid combination of information obtained from SCPTu investigations and from the assessment of physical properties [13], in reference to laboratory testing, as well as the evaluation of strength parameters using the NTH method based on CPTu investigations [14], was applied.

## SCPTu Measurements and Interpretation

In order to evaluate the material parameters for the HSs model, nine static cone penetration tests (CPTu), including six tests equipped with a seismic module (SCPTu), were performed in the locality of Świerzna. The geological subsoil in this area consists mainly of Quaternary deposits, predominantly glacial tills, fluvioglacial sands and gravels, and fluvial sediments formed as a result of the activity of the Scandinavian ice sheet and associated fluvioglacial processes. Additionally, in order to verify the in situ investigations, two boreholes were carried out with soil sampling and the assessment of its basic physical parameters in the laboratory. The SCPTu tests were performed using a GEOTECH 220 static penetrometer equipped with a standard piezocone and a seismic module fitted with vibration acceleration recorders (accelerometers) in three mutually perpendicular measurement planes.

The recordings of the basic parameters (photograph), cone resistance ( $q_c$ ), sleeve friction ( $f_s$ ) and pore pressure ( $u_2$ ), were carried out in a quasi-continuous manner every 2 cm of cone penetration, i.e. every 1 s of testing. Vibration measurements were performed cyclically every 1 m of probe penetration. All stages of recording were conducted in accordance with the measurement procedure, as well as with the procedure for determining elastic wave velocities: vertical ( $V_p$ ) and horizontal ( $V_s$ ), described in [12].



**The GEOTECH 220 penetrometer prepared for testing (a) and the standard piezocone equipped with a seismic module (b)**  
*Przygotowany do badań penetrometr typu GEOTECH 220 (a) oraz piezostożek klasyczny z modulem sejsmicznym (b)*

Figure 2 presents the recorded values of cone resistance  $q_c$  and sleeve friction  $f_s$ , together with the assessment of soil type in the profile based on the Robertson classification [15,16] according to the soil behaviour type index  $I_c$  (2). The parameter  $I_c$  is determined on the basis of the normalized cone resistance  $Q_{tn}$  (4) and the normalized friction ratio  $F_r$  (3). In order to determine the normalized parameters, the corrected total cone resistance  $q_t$  was first calculated, taking into account the influence of pore water pressure:

$$q_t = q_c + u_2 (I-a) \quad (1)$$

where  $a$  is the cone area ratio resulting from its construction.

lodu skandynawskiego i procesów fluwioglacjalnych. Dodatkowo, w celu weryfikacji badań *in situ*, przeprowadzono dwa wiercenia z poborem prób gruntu i oceną jego podstawowych parametrów fizycznych w laboratorium. Sondowania SCPTu wykonano sondą statyczną typu GEOTECH 220 z piezostożkiem klasycznym z modulem sejsmicznym wyposażonym w rejestratory przyspieszenia drgań (akcelerometry) w trzech płaszczyznach pomiaru.

Rejestracje podstawowych parametrów (fotografia) oporu na stożku ( $q_c$ ), tarcia na tulei ( $f_s$ ), ciśnienia porowego ( $u_2$ ) odbywały się w sposób quasi-ciągły co 2 cm wpędu stożka, czyli co 1 s badania. Pomiary rejestracji drgań wykonywano cyklicznie co 1 m wpędu sondy. Wszystkie etapy rejestracji wykonano zgodnie z metodą pomiaru, jak również wyznaczania prędkości fal sprężystych: pionowej ( $V_p$ ) oraz poziomej ( $V_s$ ) zawartą w [12].

Na rysunku 2 przedstawiono rejestracje oporów stożka  $q_c$ ,  $f_s$  oraz ocenę typu gruntów w profilu na podstawie klasyfikacji Robertsona [15, 16] wg wskaźnika  $I_c$  (2). Parametr  $I_c$  określany jest na bazie znormalizowanego oporu stożka  $Q_{tn}$  (4) oraz znormalizowanego współczynnika tarcia  $F_r$  (3). W celu określenia parametrów znormalizowanych obliczono w pierwszej kolejności całkowity opór na stożku  $q_t$  skorygowany o wpływ ciśnienia wody w porach gruntu:

$$q_t = q_c + u_2 (I-a) \quad (1)$$

$a$  – współczynnik powierzchni stożka wynikający z jego budowy.

W równaniach (3), (4) i (5)  $\sigma_{90}$  oznacza całkowite naprężenie pierwotne, a  $\sigma'_{90}$  efektywne naprężenie pierwotne. W równaniach (4) i (5)  $p_a$  odpowiada ciśnieniu atmosferycznemu (1 bar = 100 kPa = 0,1 MPa). Przyjęto, że ciężar objętościowy gruntu zgodnie z materiałem źródłowym dotyczącym badanego terenu [13], wynosi 22,02 kN/m<sup>3</sup> z odchyleniem standardowym  $SD\gamma = 0,39$  kN/m<sup>3</sup> i przy początkowym wskaźniku porowatości  $e_0 = 0,32$ .

$$I_c = \sqrt{(3,47 - \log Q_{tn})^2 + (\log F_r + 1,22)^2} \quad (2)$$

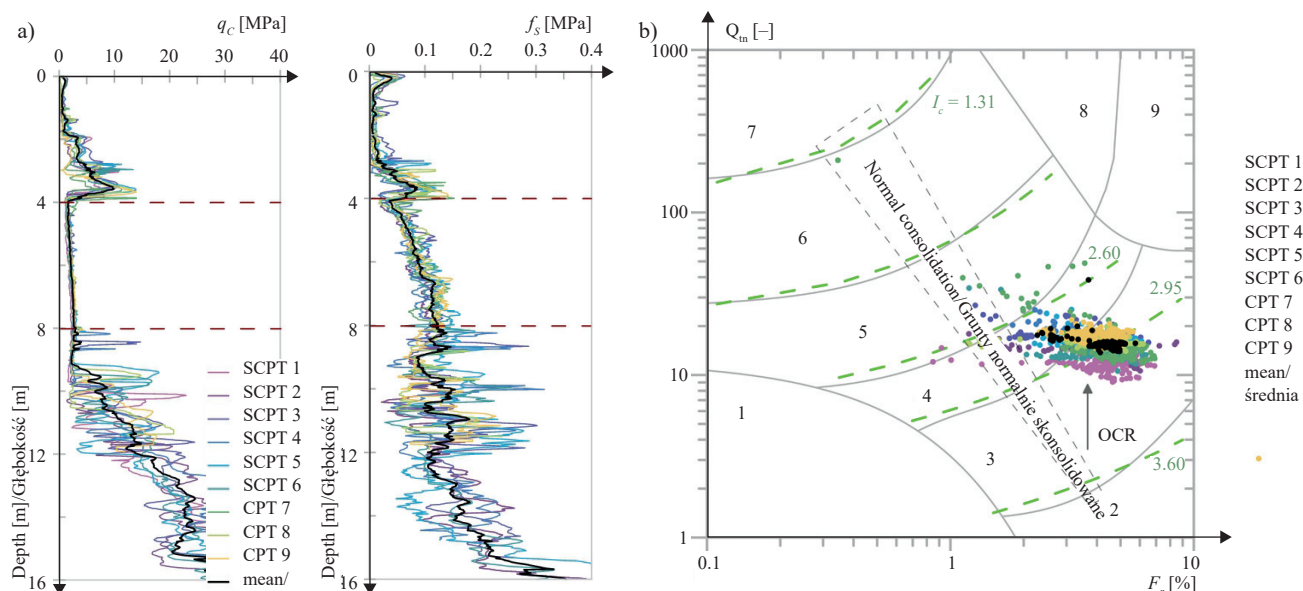
$$F_r = \left( \frac{f_s}{q_t - \sigma_{90}} \right) 100\% \quad (3)$$

$$Q_{tn} = \left( \frac{q_t - \sigma_{90}}{p_a} \right) \left( \frac{p_a}{\sigma_{90}} \right)^n \quad (4)$$

$$n = 0,381(I_c) + 0,05 \left( \frac{\sigma'_{90}}{p_a} \right) - 0,15 \quad (5)$$

$$OCR = 0,33Q_t \quad (6)$$

Z klasyfikacji Robertsona [15, 16] na bazie wskaźnika  $I_c$  wynika, że warstwa głębokości 4÷8 m poddana w dalszej części artykułu szczegółowej ocenie, to grunt drobnoziarnisty o  $I_c > 2,6$  na pograniczu obszarów 3 i 4 z nomogramu (rysunek 2b). Można go zakwalifikować do gruntów ilastych/ilasto-pylastych/pylasto-ilastych prekonsolidowanych. Poddany cyklicznym obciążeniom może podlegać upłynięciu. Uzyskane wartości  $I_c > 2,6$  pozwalają, zgodnie z [15],



**Fig. 2. Measurement values  $q_c$  and  $f_s$  (a); interpretation of soil type on the Robertson nomogram (b) [15, 16]**

*Rys. 2. Wartości pomiarowe  $q_c$  i  $f_s$  (a); interpretacja oceny typu gruntu na nomogramie Robertsona (b) [15, 16]*

In equations (3), (4) and (5),  $\sigma_{90}$  denotes the initial total vertical stress and  $\sigma'_{90}$  the initial effective vertical stress. In equations (4) and (5),  $p_a$  corresponds to atmospheric pressure (1 bar = 100 kPa = 0.1 MPa). It was assumed that the soil unit weight ( $\gamma$ ), the value of which was determined in accordance with the source material concerning the investigated site [13], is 22.02 kN/m<sup>3</sup> with a standard deviation  $SD\gamma = 0.39$  kN/m<sup>3</sup> and at an initial void ratio  $e_0 = 0.32$ .

$$I_c = \sqrt{(3.47 - \log Q_{tn})^2 + (\log F_r + 1.22)^2} \quad (2)$$

$$F_r = \left( \frac{f_s}{q_t - \sigma_{90}} \right) 100\% \quad (3)$$

$$Q_{tn} = \left( \frac{q_t - \sigma_{90}}{p_a} \right) \left( \frac{p_a}{\sigma'_{90}} \right)^n \quad (4)$$

$$n = 0.381(I_c) + 0.05 \left( \frac{\sigma'_{90}}{p_a} \right) - 0.15 \quad (5)$$

$$OCR = 0.33 Q_t \quad (6)$$

According to the Robertson classification [15, 16] based on the  $I_c$  index, the layer subjected to detailed evaluation in the further part of the study, at a depth of 4–8 m, is fine-grained soil with  $I_c > 2.6$ , located at the boundary between areas 3 and 4 on the nomogram (Figure 2b), which allows it to be classified as overconsolidated clayey/silty clay/clayey silt soil. When subjected to cyclic loading, it may be susceptible to liquefaction. The obtained  $I_c > 2.6$  allow, in accordance with [15], the assumption  $Q_t = Q_{tn}$  and the determination of OCR according to equation (5) [17, 15] for the entire layer, with a mean value of 5.11 and  $SD_{OCR} = 0.29$ .

The seismic measurements were performed in accordance with the scheme shown in Figure 3a. The acceleration of vibrating soil particles was subject to recording by accelerom-

przyjając  $Q_t = Q_{tn}$  i określić OCR w przypadku całej warstwy o średniej wartości 5,11 przy  $SD_{OCR} = 0,29$  na mocy równania (6) [17, 15].

Pomiary sejsmiczne wykonano zgodnie ze schematem pokazanym na rysunku 3a. Rejestracji podlegało przyspieszenie drgających cząstek gruntu rejestrowane przez akcelerometry w trzech wzajemnie do siebie prostopadłych płaszczyznach. Dwóch akcelermetrów pionowych rejestrujących „drgania” na kierunkach poziomych X i Y oraz jednym akcelerometrze poziomym dla rejestracji „drgan” na kierunku pionowym Z. Drgania w gruncie wzbudzano przez uderzenia w masywne postumenty. Przykładowy pomiar z głębokością rejestracji fali poprzecznej pokazano na rysunku 3b. Sposób pomiaru oraz interpretację wykonanych badań przeprowadzono zgodnie z techniką cross-over opisaną szczegółowo w pracy [12]. Pomiary prędkości fal podłużnych (P-wave) wykonano w sposób analogiczny, dokonując wzburzeń uderzeniami pionowymi, równoległymi do kolumny żerdzi. Ostatecznie prędkości fal sprężystych sondy określono, dokonując wielokrotnych porównań wielu rejestracji na każdej z głębokości pomiarowych. Obliczając prędkość pomiędzy sąsiednimi głębokościami pomiarowymi oraz zestawiając wszystkie wyniki analizowanej warstwy, możliwe było wyznaczenie średniej wartości prędkości fali ścinającej (S-wave z pomiarów X i Y)  $V_s = 207,5$  m/s z  $SD_{V_s} = 6,2$  m/s oraz prędkości fali podłużnej (P-wave z pomiarów Z)  $V_p = 1116,5$  m/s z  $SD_{V_p} = 78,6$  m/s.

## Wyznaczenie parametrów modelu HSs

Krzywa naprężenie-odkształcenie w przypadku małych odkształceń jest opisana funkcją hiperboliczną, analogicznie do zależności hiperbolicznej dla większych odkształceń – rysunek 1 [8]. Sztywność w przypadku małego odkształcenia nie pokrywa się ze sztywnością uzyskiwaną w klasycznych testach laboratoryjnych, dlatego nieuwzględnienie tego faktu w analizach geotechnicznych może skutkować przeszacowaniem ugię-

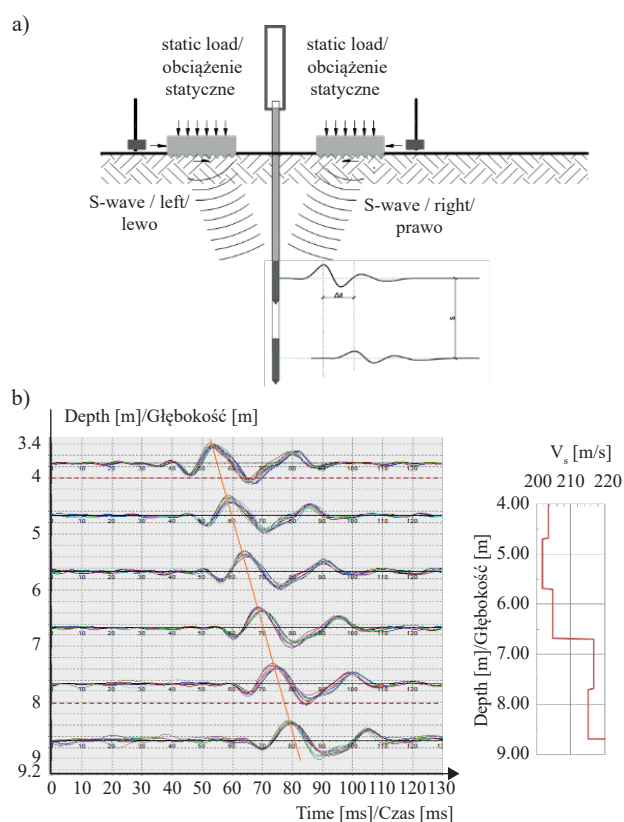
eters in three mutually perpendicular planes. Two vertical accelerometers recorded “vibrations” in the horizontal X and Y directions and one horizontal accelerometer was used for recording “vibrations” in the vertical Z direction. Vibrations in the soil were induced by impacts applied to massive pedestals. An example of a measurement with the depth of shear wave registration is shown in Figure 3b. The method of measurement and the interpretation of the performed tests were carried out in accordance with the cross-over technique described in detail in [12]. The measurements of compressional wave velocity (P-wave) were performed in an analogous manner by inducing excitations with vertical impacts parallel to the rod column. Ultimately, the elastic wave velocities were determined by performing multiple comparisons of numerous recordings at each measurement depth. By calculating the velocity between adjacent measurement depths and compiling all results for the analysed layer, it was possible to determine the mean shear wave velocity (S-wave from measurements in the X and Y directions)  $V_s = 207.5$  m/s with  $SD_{V_s} = 6.2$  m/s and the compressional wave velocity (P-wave from measurements in the Z direction)  $V_p = 1116.5$  m/s with  $SD_{V_p} = 78.6$  m/s.

### Determination of HSs Model Parameters

The stress–strain curve in the case of small strains is described by a hyperbolic function, analogously to the hyperbolic relationship for larger strains (Figure 1) [8]. The stiffness in the case of small strain does not coincide with the stiffness obtained in classical laboratory tests; therefore, failure to take this fact into account in geotechnical analyses may result in an overestimation of deflection, for example of a retaining wall [4]. For this reason, in the analysed case the parameter of the initial shear modulus  $G_0$  was derived on the basis of SCPTu test results in accordance with the recommendations given in [10]. On the basis of the determined elastic wave velocities  $V_s$  and  $V_p$ , it is possible to define the complete parametric characteristics of the elastic medium in the initial phase of soil behaviour.

The value of the initial shear modulus  $G_0$  can be determined on the basis of the shear wave velocity  $V_s$  and the bulk density of the soil medium in accordance with equation (7), where  $\rho$  denotes the soil bulk density adopted on the basis of the unit weight value given in [13]. Assuming homogeneity and isotropy of the analysed layer (constant value of unit weight and shear wave velocity  $V_s$ ),  $G_0 = 86\,973$  kPa (7), Poisson's ratio  $\nu = 0.48$  (8) and Young's modulus  $E_0 = 257\,440$  kPa (9) were calculated. The obtained extremely high value of  $\nu$  may indicate the presence of fully saturated cohesive soil. It is mainly influenced by the determined compressional wave velocity  $V_p$ . The determination of  $V_p$  from downhole-type testing (SCPTu) is difficult, because the magnitude of  $V_p$  is significantly greater than  $V_s$ , that is,  $V_p$  is realistically recordable only at greater depths and under considerable signal noise. Seismic measurements are also strongly affected, for example, by the occurrence of groundwater and by measurement uncertainties related to the difficulty in achieving repeatability of the measurements.

$$G_0 = \rho V_s^2 \quad (7)$$



**Fig. 3. Diagram of transverse elastic wave (S-wave) recording (a); image of recorded transverse wave measurements with calculated transverse wave velocities  $V_s$  (b)**

*Rys. 3. Schemat rejestracji fal sprężystych poprzecznych (S-wave) (a); obraz zarejestrowanych pomiarów fali poprzecznej wraz z obliczonymi prędkościami fali poprzecznej  $V_s$  (b)*

cia np. muru oporowego [4]. W związku z tym w analizowanym przypadku parametr początkowego modułu ścinania  $G_0$  wypro- wadzano na bazie wyników testów SCPTu zgodnie z zaleceniami [10]. Na podstawie wyznaczonych prędkości fal sprężystych  $V_s$  i  $V_p$  możliwe jest określenie pełnej charakterystyki parametrycznej ośrodka sprężystego w początkowej fazie pracy gruntu. Wartość początkowego modułu ścinania  $G_0$  można wyznaczyć na podstawie prędkości fali ścinającej  $V_s$  oraz gęstości objętościowej ośrodka gruntowego z zależności (7), gdzie  $\rho$  to gęstość objętościowa gruntu przyjęta na bazie wartości ciężaru objętościowego z [13]. Przyjmując jednorodność i izotropowość analizowanej warstwy (stałą wartość ciężaru objętościowego oraz prędkości fali  $V_s$ ) obliczono  $G_0 = 86\,973$  kPa (7), współczynnik Poissona  $\nu = 0,48$  (8) i moduł Younga  $E_0 = 257\,440$  kPa (9). Uzyskana, skrajnie duża, wartość  $\nu$  może świadczyć o występowaniu gruntu spoistego w pełni nasyczonego. Wpływ ma na nią głównie wyznaczona prędkość fali podłużnej  $V_p$ . Ustalenie  $V_p$  z badania typu *downhole* (SCPTu) jest trudne, ponieważ wielkość  $V_p$  jest znacznie większa od  $V_s$ , czyli  $V_p$  jest realna do zarejestrowania dopiero na dużej głębokości, ale i przy dużych zakłóceniach.

Na sejsmiczne pomiary duży wpływ ma np. występowanie wody gruntowej oraz niepewności pomiarowe związane z trudnością uzyskania powtarzalności pomiaru.

$$G_0 = \rho V_s^2 \quad (7)$$

$$\nu = \frac{V_{\beta}^2 - 2V_{\gamma}^2}{2(V_{\beta}^2 - 2V_{\gamma}^2)} \quad (8)$$

$$E_0 = 2(1 + \nu)G_0 \quad (9)$$

In accordance with Figure 1, the material parameters applied in the HSs model vary depending on the considered load/strain levels. This variability requires information not only on the value of the initial shear modulus  $G_0$ , but also on intermediate parameters ( $\gamma_{0.7}$ ), and finally on the oedometer modulus ( $M$ ,  $E_{\text{oed}}$  according to the notation used for HSs) in the case of large deformation ranges. The value of the oedometer modulus  $M$  can be determined on the basis of CPTu measurements from correlation (10) dedicated to overconsolidated fine-grained soils with  $I_c > 2.2$  in accordance with [15]. In the analysed case, the mean value of  $M$  is 31 282 kPa with  $SD_M = 5\,258$  kPa.

An important parameter characterising soil behaviour under loading is the empirical parameter  $K^*_G$  [10,18], referred to as the normalized stiffness index. Its mean value is 346 with  $SD_{K^*_G} = 67$ . This indicates a cemented, overconsolidated structure characterising the soil layer, which, when subjected to loading, is expected to exhibit limited deformation due to its high stiffness (dilative behaviour).

The inclusion of soil strength parameters in the case of the M-C criterion, in the form of the internal friction angle  $\phi' = 28.88^\circ$  and cohesion  $c' = 24.60$  kPa, was established in accordance with the procedure developed at the Norwegian Institute of Technology (NTH), Trondheim, Norway, referred to as the NTH method [19], which was described in detail in [14] for the analysed soil. On the basis of CPTu measurements, it was established that the coefficient of earth pressure at rest  $K_0$  according to equation (12) was 1.14. In the analysed case, in accordance with the recommendations given in [20], the exponent parameter  $m$  in equation (13) and (14), for the current stiffness modulus, was  $m \approx n = 0.96$  in accordance with equation (5).

$$M = Q_t (q_t - \sigma_{90}) \quad (10)$$

$$K_G^* = \left( \frac{G_0}{q_t - \sigma_{90}} \right) Q_m^{0.75} \quad (11)$$

$$K_0 = (1 - \sin \phi') (OCR)^{\sin \phi'} \quad (12)$$

$$E_0 = E_0^{\text{ref}} \left( \frac{\sigma'_3 + c' \operatorname{ctg} \phi'}{\sigma^{\text{ref}} + c' \operatorname{ctg} \phi'} \right)^m \quad (13)$$

$$G_0 = G_0^{\text{ref}} \left( \frac{\sigma'_3 + c' \operatorname{ctg} \phi'}{\sigma^{\text{ref}} + c' \operatorname{ctg} \phi'} \right)^m \quad (14)$$

$$\gamma_{0.7} \approx \frac{1}{9G_0} [2c'(1 + \cos(2\phi')) - \sigma'_{90}(1 + K_0)\sin(2\phi')] \quad (15)$$

The small-strain reference Young's modulus  $E_0^{\text{ref}}$ , calculated in accordance with equation (13), was 202 565 kPa, and the reference shear modulus was 68 434 kPa in accordance with equation (14). In the calculations,  $\sigma^{\text{ref}}$  equal to 100 kPa was

$$\nu = \frac{V_{\beta}^2 - 2V_{\gamma}^2}{2(V_{\beta}^2 - 2V_{\gamma}^2)} \quad (8)$$

$$E_0 = 2(1 + \nu)G_0 \quad (9)$$

Zgodnie z rysunkiem 1 parametry materiałowe stosowane w modelu HSs zmieniają się w zależności od rozpatrywanych obciążeń/odkształceń. Zmienność ta wymusza posiadanie informacji nie tylko o wartości początkowego modułu ścinania ( $G_0$ ), ale również informacji pośrednich ( $\gamma_{0.7}$ ) skończywszy na edometrycznym module ściśliwości ( $M$ ,  $E_{\text{oed}}$  wg oznaczeń dla HSs) w przypadku zakresu dużych deformacji. Wartość edometrycznego modułu ściśliwości  $M$  można określić na bazie pomiaru CPTu z korelacji (10) dedykowanej gruntem prekonsolidowanym drobnoziarnistym o  $I_c > 2.2$  zgodnie z [15]. W analizowanym przypadku średnia wartość  $M$  wynosi 31 282 kPa przy  $SD_M = 5\,258$  kPa.

Ważnym parametrem charakteryzującym zachowanie gruntu pod wpływem obciążenia jest empiryczny parametr  $K^*_G$  [10, 18] nazywany znormalizowanym wskaźnikiem sztywności. Jego średnia wartość wynosi 346 przy  $SD_{K^*_G} = 67$ . Świadczy to o scementowanej, prekonsolidowanej strukturze charakteryzującej warstwę gruntu, który poddany obciążeniu w małym stopniu będzie poddawać się deformacjom ze względu na dużą sztywność (dilative soil).

Parametry wytrzymałościowe gruntu, w przypadku kryterium M-C w postaci kąta tarcia wewnętrznego  $\phi' = 28.88^\circ$  oraz spójności  $c' = 24.60$  kPa, ustalono zgodnie z procedurą powstałą w Norwegian Institute of Technology nazywaną metodą NTH [19]. W przypadku analizowanego gruntu zostało to szczegółowo opisane w [14]. Na bazie pomiaru CPTu ustalono, że współczynnik parcia spoczynkowego  $K_0$  wg równania (12) wynosi 1,14. Zgodnie z zaleceniami [20] w analizowanym przypadku parametr wykładnikowy  $m$  w równaniach (13) i (14) wynosi  $m \approx n = 0.96$  na podstawie równania (5).

$$M = Q_t (q_t - \sigma_{90}) \quad (10)$$

$$K_G^* = \left( \frac{G_0}{q_t - \sigma_{90}} \right) Q_m^{0.75} \quad (11)$$

$$K_0 = (1 - \sin \phi') (OCR)^{\sin \phi'} \quad (12)$$

$$E_0 = E_0^{\text{ref}} \left( \frac{\sigma'_3 + c' \operatorname{ctg} \phi'}{\sigma^{\text{ref}} + c' \operatorname{ctg} \phi'} \right)^m \quad (13)$$

$$G_0 = G_0^{\text{ref}} \left( \frac{\sigma'_3 + c' \operatorname{ctg} \phi'}{\sigma^{\text{ref}} + c' \operatorname{ctg} \phi'} \right)^m \quad (14)$$

$$\gamma_{0.7} \approx \frac{1}{9G_0} [2c'(1 + \cos(2\phi')) - \sigma'_{90}(1 + K_0)\sin(2\phi')] \quad (15)$$

Referencyjny moduł w przypadku małych odkształceń  $E_0^{\text{ref}}$ , obliczony zgodnie z równaniem (13), wynosi 202 565 kPa, a referencyjny moduł ścinania 68 434 kPa wg równania (14). W obliczeniach przyjęto  $\sigma^{\text{ref}}$  równe 100 kPa, a w przypadku  $\sigma'_3$  wartość

adopted, and in the case of  $\sigma'_3$ , a lower value of the effective vertical stress at the mid-thickness of the analysed layer was adopted, which was lower than the effective horizontal stress at the analysed location, in accordance with the recommendations given in [20, 21]. The equivalent shear strain  $\gamma_{0,7}$  calculated in accordance with equation (15) [21] was 0.0005.

Other parameters in the form of the reference secant modulus  $E_{50}^{ref}$  and the reference unloading modulus  $E_{ur}^{ref}$  can be determined on the basis of the previously defined  $E_0^{ref}$ , where  $E_{50}^{ref}$  refers to the analysed overconsolidated clay soil and is ten times smaller than  $E_0^{ref}$  (according to [20]), that is,  $E_{50}^{ref} \approx 20\,256$  kPa. In turn,  $E_{ur}^{ref}$  is at least four times greater than  $E_{50}^{ref}$ , that is,  $E_{ur}^{ref} \geq 81\,024$  kPa. This is also confirmed by research examples from Germany, indicating a fivefold greater value of  $E_{ur}^{ref}$  relative to  $E_{50}^{ref}$  and the equality of  $E_{50}^{ref}$  with the reference oedometer modulus  $E_{oed}^{ref}$  [22].

## Summary

A reliable parametric evaluation of soil medium for numerical calculations of geotechnical problems using the HSs model is possible through the application of a combination of multiple investigation techniques. A hybrid approach combining seismic methods, static cone penetration testing and basic laboratory investigations is necessary. The HSs model assumes different values of deformation moduli within different ranges of stresses (strains) of the soil medium subjected to loading or to complex interaction with geotechnical structures. SCPTu tests constitute a valuable tool for the identification of geotechnical characteristics of soil medium at multiple levels, enabling the description of physical, compressibility and strength properties. The application of in situ SCPTu test results for the determination of the basic parameters  $E_0$  and  $G_0$  in the HSs model is essential, since these parameters have a clear physical interpretation and exhibit variable values with increasing depth of the soil medium. The parameters determined by means of the SCPTu test also constitute the basis for the determination of the remaining model parameters, which are functionally related to  $E_0$  and  $G_0$ .

In the authors' opinion, the applied methodology for determining the parameters of the HSs model on the basis of SCPTu measurements adequately documents the possibilities of parametric description of soil medium and may constitute the basis for a comprehensive method for determining both the physical and deformation characteristics of soil.

*The work was financed by Geohabitat s.c.*

Received: 28.11.2025  
Revised: 30.12.2025  
Published: 20.02.2026

efektywnych naprężeń pionowych w środku miąższości analizowanej warstwy, ponieważ jest wartością mniejszą od naprężeń poziomych efektywnych w analizowanym miejscu zgodnie z zaleceniami [20, 21]. Ekwiwalentne odkształcenie postaciowe  $\gamma_{0,7}$  obliczone wg równania (15) [21] wynosi 0,0005.

Inne parametry w postaci referencyjnego modułu siecznego  $E_{50}^{ref}$  oraz referencyjnego modułu odciążenia  $E_{ur}^{ref}$  można wyznaczyć na podstawie określonego wcześniej  $E_0^{ref}$ , gdzie  $E_{50}^{ref}$  dotyczy analizowanego prekonsolidowanego gruntu ilastego i jest dziesięciokrotnie mniejsze od  $E_0^{ref}$  wg [20], czyli  $E_{50}^{ref} \approx 20\,256$  kPa.  $E_{ur}^{ref}$  jest natomiast co najmniej czterokrotnie większe od  $E_{50}^{ref}$ , czyli  $E_{ur}^{ref} \geq 81\,024$  kPa. Potwierdzają to również przykłady badań z Niemiec dotyczących ustalenia pięciokrotnie większej wartości  $E_{ur}^{ref}$  względem  $E_{50}^{ref}$  oraz równości  $E_{50}^{ref}$  z referencyjnym modułem edometrycznym  $E_{oed}^{ref}$  [22].

## Podsumowanie

Wiarygodna ocena parametryczna materiału gruntowego, do obliczeń numerycznych zagadnień geotechnicznych z zastosowaniem modelu HSs, jest możliwa z zastosowaniem połączenia wielu technik badawczych. Konieczne jest podejście hybrydowe łączące metody sejsmiczne, pomiary sondą statyczną oraz podstawowe badania laboratoryjne. Model HSs zakłada różne wartości modułów odkształceń w różnym zakresie naprężeń (odkształceń) ośrodka gruntowego poddanego obciążeniom lub złożonej pracy w połączeniu z konstrukcjami geotechnicznymi. Sondowania SCPTu są wartościowym narzędziem rozpoznania geotechnicznych cech materiału gruntowego na wielu poziomach możliwości opisu ściśliwości, cech fizycznych oraz wytrzymałościowych. Zastosowanie wyników badania *in situ* sondą SCPTu do wyznaczenia podstawowych parametrów  $E_0$ ,  $G_0$  w modelu HSs jest istotne, ponieważ parametry te mają jednoznaczną interpretację fizyczną oraz wykazują zmienne wartości wraz przyrostem głębokości ośrodka gruntowego. Parametry wyznaczone za pomocą badania SCPTu stanowią także podstawę do określenia pozostałych parametrów modelu, które są powiązane funkcyjnie z  $E_0$ ,  $G_0$ .

Naszym zdaniem zastosowana procedura wyznaczania parametrów modelu HSs na bazie pomiarów sondą SCPTu dobrze dokumentuje możliwości parametrycznego opisu materiału gruntowego i może stanowić podstawę pełnej metody wyznaczania zarówno cech fizycznych, jak i odkształceniowych gruntu.

*Praca została sfinansowana przez Geohabitat s.c.*

Artykuł wpłynął do redakcji: 28.11.2025 r.  
Otrzymano poprawiony po recenzjach: 30.12.2025 r.  
Opublikowano: 20.02.2026 r.

## Literature

[1] Hamrouni A, Dias D, Sbartaï B. Soil spatial variability impact on the behavior of a reinforced earth wall. *Frontiers of Structural and Civil Engineering*. 2020; <https://doi.org/10.1007/s11709-020-0611-x>  
[2] Schanz T, Vermeer PA, Bonnier PG. The hardening soil model: Formulation and verification. In *Beyond 2000 in computational geotechnics*. Routledge; 2019. pp. 281–296.

[3] Sukkarak R, Likitlersuang S, Jongpradist P, Jamsawang P. Strength and stiffness parameters for hardening soil model of rockfill materials. *Soils and Foundations*. 2021; <https://doi.org/10.1016/j.sandf.2021.09.007>  
[4] Kawa M, Puła W, Truty A. Probabilistic analysis of crack width and deflection of an anchored diaphragm wall installed in sands. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*; 2025; <https://doi.org/10.1007/s43452-025-01230-6>

- [5] Gaur A, Sahay A. Comparison of different soil models for excavation using retaining walls. SSRG International Journal of Civil Engineering; 2017. pp. 43–48.
- [6] Zhang W, Li Y, Goh ATC, Zhang R. Numerical study of the performance of jet grout piles for braced excavations in soft clay. Computers and Geotechnics. 2020; <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2020.103631>
- [7] Kondner RL. Hyperbolic stress-strain response: cohesive soils. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division. 1963; <https://doi.org/10.1061/JSFEAQ.0000479>
- [8] Atkinson JH. (2000). Non-linear soil stiffness in routine design. Géotechnique. 2000; <https://doi.org/10.1680/geot.2000.50.5.487>
- [9] Lunne T, Powell JJ, Robertson PK. Cone penetration testing in geotechnical practice. CRC press: 2002.
- [10] Robertson PK. Cone penetration test (CPT) -based soil behaviour type (SBT) classification system—an update. Canadian Geotechnical Journal. 2016; <https://doi.org/10.1139/cgj-2016-0044>
- [11] Wyjadłowski M, Bagińska I, Rainer J. Probabilistic assessment of pile capacity based on CPTu probing including random pile foundation depth. In MATEC Web of Conferences (Vol. 196, p. 01058). EDP Sciences; 2018.
- [12] Bagińska I, Janecki W, Sobótka M. On the interpretation of seismic cone penetration test (SCPT) results. Studia Geotechnica et Mechanica. 2013; <https://doi.org/10.2478/sgem-2013-0033>
- [13] Bagińska I. Estimating and verifying soil unit weight determined on the basis of SCPTu tests. Annals of Warsaw University of Life Sciences-SGGW. Land Reclamation. 2016; <https://doi.org/10.1515/sggw-2016-0018>
- [14] Pieczyńska-Kozłowska J, Bagińska I, Kawa M. The identification of the uncertainty in soil strength parameters based on CPTu measurements and random fields. Sensors. 2021; <https://doi.org/10.3390/s21165393>
- [15] Robertson PK. Interpretation of cone penetration tests – a unified approach. Canadian Geotechnical Journal. 2009; <https://doi.org/10.1139/T09-065>
- [16] Robertson PK. Soil behaviour type from the CPT: an update. In 2nd International symposium on cone penetration testing (Vol. 2, No. 56, p. 8). Huntington Beach: Cone Penetration Testing Organizing Committee; 2010.
- [17] Kulhawy FH, Mayne PW. Manual on estimating soil properties for foundation design (No. EPRI-EL-6800). Electric Power Research Inst., Palo Alto, CA (USA); Cornell Univ., Ithaca, NY (USA). Geotechnical Engineering Group; 1990.
- [18] Truty A. Estimating Hardening Soil-Brick model parameters for sands based on CPTU tests and laboratory experimental evidence. Scientific Reports. 2024; <https://doi.org/10.1038/s41598-024-65789-5>
- [19] Sandven R, Senneset K, Janbu N. Interpretation of piezocone tests in cohesive soils. In International Symposium on penetration testing; 1988. pp. 939–953.
- [20] Obrzud R, Truty A. The hardening soil model: A practical guidebook. Report 100701 (revised 2.01.2020); <https://www.zsoil.com>
- [21] Deghoul L, Gabi S, Hamrouni A. The influence of the soil constitutive models on the seismic analysis of pile-supported wharf structures with batter piles in cut-slope rock dike. Studia Geotechnica et Mechanica. 2020; <https://doi.org/10.2478/sgem-2019-0050>
- [22] Kempfert H. Excavations and foundations in soft soils. Springer; Heidelberg.