

dr inż. Paweł Lorkowski^{1)*}

ORCID 0000-0002-4457-0422

prof. dr hab. inż. Bronisław Gosowski¹⁾

ORCID 0000-0003-3217-2280

Experimental critical load capacity of eccentrically loaded two-chords steel poles with a lacing in a single plane

Doświadczalna nośność krytyczna stalowych słupów dwugałęziowych z pojedynczą płaszczyzną skratowań obciążonych mimośrodowo

DOI: 10.15199/33.2025.09.06

Abstract. The paper presents the results of experimental investigations into the critical load-bearing capacity of spatial stability, of steel double-chords pole laced in one plane. The research was carried out on eight semi-technical scale models based on railway traction poles. The load was applied at head level with the load applied at the eccentric in the plane of the lattice. The aim was to determinate static equilibrium paths between the longitudinal force on the eccentric and the torsional angle of the section at mid-height of the pole and the displacement of its head. Models were tested up to failure. Forms of failure were observed in the form of flexural-torsional buckling of the column as well as local flexural buckling of the flat bar diagonals. Critical load capacity for elastic torsional buckling of poles were determined using the Southwell method. The physical models in question were also subjected to numerical investigations in ABAQUS software.

Keywords: steel structure; double-chords pole; eccentric compression; flexural-torsional buckling; model test.

Streszczenie. W artykule przedstawiono wyniki badań doświadczalnych nośności krytycznej stateczności przestrzennej, stalowych słupów dwugałęziowych skratowanych w jednej płaszczyźnie. Badano osiem modeli wykonanych w skali półtechnicznej, wzorowanych na słupach trakcji kolejowej. Obciążenie realizowano na poziomie głowicy, przykładając je na mimośrodek w płaszczyźnie skratowania. Celem było wyznaczenie ścieżek równowagi statycznej między siłą podłużną na mimośrodek a kątem skręcenia przekroju w połowie wysokości słupa i przemieszczeniem jego głowicy. Modele badano aż do zniszczenia. Zaobserwowano formy zniszczenia w postaci wyboczenia giętno-skrętnego słupa i lokalnego wyboczenia giętnego krzyżulców z płaskowników. Korzystając z metody Southwella, wyznaczono siły krytyczne sprężystego wyboczenia giętno-skrętnego słupów. Omawiane modele fizyczne poddano także badaniom numerycznym w programie ABAQUS.

Słowa kluczowe: konstrukcja stalowa; słup dwugałęziowy; ściskanie mimośrodowe; wyboczenie giętno-skrętne; badania modelowe.

Steel double-chord columns with a single bracing plane have been applied as traction columns in railway traction gantries (photograph 1). They usually have chords made of channel sections, which are connected in one plane by bracing composed of flat bars or angle sections. Columns of similar construction are proposed for industrial halls and viaducts [1÷3]. In the case of halls equipped with overhead cranes, the part above the crane runway is usually designed as an I-section, while the part below the crane runway is designed as a truss with chords made of channels, I-sections, or hollow sections, connected in the plane of symmetry by bracing made of channels or angle sections.

Previous studies [4÷6] have demonstrated the sensitivity of this type of structure to torsion, as well as to spatial forms of stability loss (torsional buckling, lateral-torsional buckling). The research presented here complements these



Photo 1. The intermediate pole of a railway catenary gate

Fot. 1. Słup pośredni kolejowej bramy trakcyjnej

Słupy stalowe o trzonie dwugałęziowym i z pojedynczą płaszczyzną skratowań znalazły zastosowanie jako słupy trakcyjne kolejowych bramek trakcyjnych (fotografia 1). Zazwyczaj mają gałęzie wykonane z ceowników, które połączone są w jednej płaszczyźnie skratowaniem z płaskowników lub kątowników. O podobnej konstrukcji proponuje się słupy hal przemysłowych i estakad [1÷3]. W przypadku hal z suwnicami, część nadsuwnicowa wykonywana jest zazwyczaj jako dwuteowa, natomiast podsuwnicowa jako kratowa o gałęziach z ceowników, dwuteowników lub kształtowników zamkniętych, połączonych w płaszczyźnie symetrii skratowaniem z ceowników lub kątowników.

Wcześniejsze badania [4÷6] wykazały wrażliwość tego typu konstrukcji na skręcanie, a także przestrzenne formy utraty stateczności (wyboczenie skrętne, zwichrzenie). Uzupełnieniem są omawiane badania, w których określono m.in. nośności krytyczne wyboczenia giętno-skrętnego stalowych słupów skratowanych w jednej płaszczyźnie w warunkach mimośrodkowego ściskania.

¹⁾ Politechnika Wrocławska, Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego

^{*)} Correspondence address: pawel.lorkowski@pwr.edu.pl

application of the axial force N with an eccentricity of $e_y = 470$ mm. It was guided between two I-sections to eliminate unintended torsional moments acting on the column. The applied force N was measured using a mechanical force gauge positioned between the jack and a spreader beam. The principal measurement during the tests was the torsional angle of the cross-section at mid-height of the column. This was measured using four W50TS inductive displacement transducers with a 100 mm range, arranged in pairs in two orthogonal directions. In addition, to verify the stiffness of the support, two WA-type inductive displacement transducers with a 10 mm range were used at the column head to measure lateral displacements of the chords (figure 4). Displacement values and the applied force N were recorded digitally at 0.25-second intervals.

Experimental procedure and analysis of results

before testing, each model was surveyed to verify the dimensional compliance of individual sections with nominal values and the overall model dimensions with the design specifications. Any deviations of members from straightness were also checked. It was found that all measured dimensions were within the permissible tolerances specified in standards [8], and therefore both the nominal dimensions of the sections [9] and the design dimensions were adopted for further analysis.

The first tested specimen was model S-2.1. This test served as a trial run of the testing setup, assessing the effectiveness of the supports and the load transmission system. During this pilot test, it was found that the column head was excessively flexible in torsion. In subsequent tests, a lever guide was introduced, which had initially been omitted. After installing the guide, the torsional stiffness of the column head proved sufficient. The results of model S-2.1 were discarded because the specimen was significantly damaged during these preliminary tests.

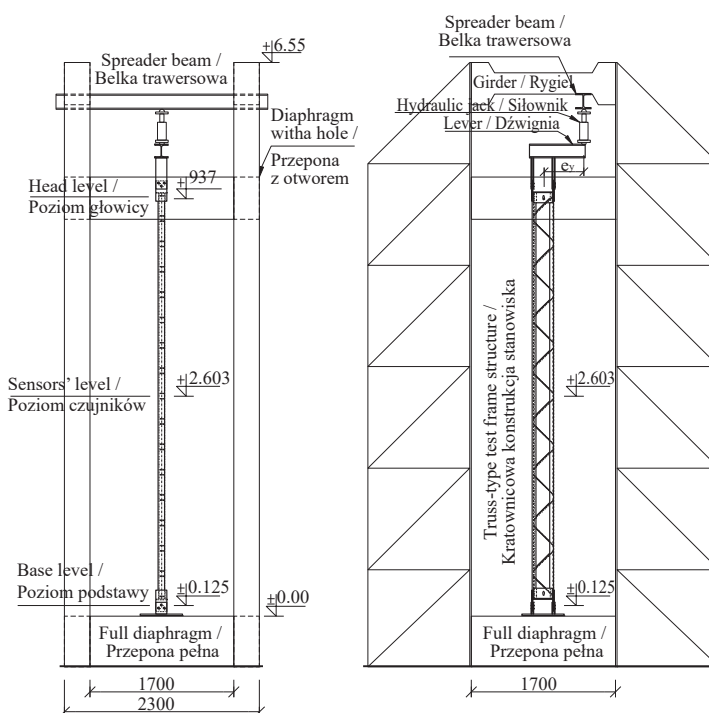


Fig. 3. Scheme of the pole eccentric compression test stand
Rys. 3. Schemat stanowiska do badania słupów na ściskanie mimośrodowe

nego między siłownikiem a belką trawersową. Główną wielkością mierzoną podczas badania był kąt skręcenia przekroju w połowie wysokości słupa. Pomiar realizowano za pomocą czterech indukcyjnych czujników przemieszczeń W50TS o zakresie 100 mm ustawionych parami w dwóch prostokątnych kierunkach. Dodatkowo, w celu kontroli sztywności podpory, w głowicy dwoma czujnikami indukcyjnymi typu WA o zakresie 10 mm mierzono przemieszczenia boczne pasów (rysunek 4). Wartość przemieszczeń oraz siły N zapisywano komputerowo co 0,25 sekundy.

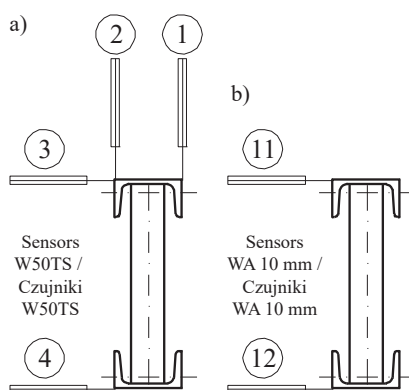


Fig. 4. Layout of inductive displacement sensors with numbering: a) mid-height, nos. 1-4; b) at the head of column, nos. 11-12

Rys. 4. Rozmieszczenie indukcyjnych czujników przemieszczeń wraz z numeracją: a) w połowie wysokości, nr 1-4; b) w głowicy słupa, nr 11-12

Przebieg badań doświadczalnych i analiza wyników

Przed przystąpieniem do badań każdy z modeli został zinventaryzowany pod kątem zgodności wymiarów poszczególnych kształtowników z nominalnymi oraz zgodności wymiarów całego modelu z wymiarami projektowymi. Sprawdzone również ewentualne odchyłki elementów od prostoliniowości. Stwierdzono, że wszystkie sprawdzane wymiary zawierają się w odchyłkach dopuszczalnych w normach [8] i do dalszych badań przyjęto wymiary zarówno nominalne kształtowników [9], jak i projektowe.

Jako pierwszy badany był model S-2.1.

Badanie posłużyło jako test stanowiska badawczego. Sprawdzano skuteczność podpór oraz sposób przekazywania obciążenia. W badaniu pilotażowym okazało się, że głowica jest zbyt podatna na skręcanie. W kolejnych zastosowano prowadnicę dźwigni, której pierwotnie nie było. Po zamontowaniu prowadnicy sztywność głowicy na obciążenie skręcające okazała się wystarczająca. Wyniki badań modelu S-2.1 zostały odrzucone, ponieważ podczas badań testowych został on w znacznym stopniu uszkodzony.

Kolejnym badanym modelem był słup S-1.1. Program przewidywał wstępne obciążenie do ok. 15% spodziewanego obciążenia krytycznego, odciążenie i ponowne obciążenie. Obciążenie wstępne miało na celu eliminację ewentualnych



The next tested specimen was column S-1.1. The test program involved preliminary loading to approximately 15% of the expected critical load, unloading, and subsequent reloading. The purpose of the preliminary load was to eliminate any play in the supports and properly seat the model in the testing rig. The specimen was initially loaded to 20.02 kN, and the residual deformation after unloading was below 2×10^{-4} rad. In the second loading cycle, a maximum load of 60.16 kN was reached, corresponding to approximately 50% of the theoretical critical load. Further load increase was halted due to the risk of the hydraulic jack slipping off the lever. The static equilibrium path was determined based on readings from sensor pairs 1–2 and 3–4 (figure 4). The critical flexural–torsional buckling load was evaluated using Southwell’s method, and a regression line was determined as follows (Equation (1)):

$$\varphi = N_{cr,TF} \frac{\varphi}{N} + \varphi_0 \quad (1)$$

Next, model S-2.2 was tested. Before this test, the hydraulic jack mounting was modified to allow safe application of higher loads. The specimen was initially loaded to 20.06 kN, and the residual deformation after unloading was below 2.5×10^{-4} rad. In the main loading cycle, the maximum load reached $N_{gr} = 133.23$ kN, at which point the specimen failed due to local buckling of the bracing members.

The subsequent specimen was column S-1.2. Based on the very small residual deformation angles observed in earlier tests, preliminary loading was deemed unnecessary, and the specimen was subjected directly to monotonic loading until $N_{gr} = 135.59$ kN was reached, at which global instability (flexural–torsional buckling) occurred. Figure 5 presents the static equilibrium path for two sensor pairs. A measurement anomaly is visible near the maximum torsional angle of sensors 3–4, caused by the sensor tip slipping due to large displacements. Figure 6 shows Southwell plots, optimized to maximize the coefficient of determination R^2 .

The next specimen, S-2.3, was subjected to monotonic increasing load until $N_{gr} = 124.61$ kN, at which local buckling of the bracing members in flexure occurred, similar to specimen S-2.2.

Column S-1.3 was tested under monotonic loading up to $N_{gr} = 129.67$ kN, at which global flexural–torsional buckling occurred (photograph 2). The following specimen, S-1.4, was similarly loaded monotonically until $N_{gr} = 141.19$ kN, resulting in flexural–torsional buckling. The final specimen was column S-2.4. In this

luzów na podporach i dopasowanie modelu do stanowiska. Model obciążono wstępnie siłą 20,02 kN, odkształcenie po odciążeniu wynosiło poniżej 2×10^{-4} rad. W drugim cyklu osiągnięto obciążenie 60,16 kN, co stanowi ok. 50% teoretycznej siły krytycznej. Dalsze zwiększanie obciążenia przerwano ze względu na zagrożenie zsunięcia się siłownika z dźwigni. Wyznaczono ścieżkę równowagi statycznej z uwagi na odczyty par czujników 1-2 oraz 3-4 (rysunek 4). Siłę krytyczną wyboczenia giętno-skrętnego wyznaczono, korzystając z metody Southwella. Metodą najmniejszych kwadratów wyznaczono prostą regresji zależności

$$\varphi = N_{cr,TF} \frac{\varphi}{N} + \varphi_0 \quad (1)$$

Następnie badano model S-2.2. Przed przystąpieniem do kolejnych badań zmodyfikowano mocowanie siłownika, tak aby bezpiecznie można było zwiększyć obciążenie. Wstępnie model obciążono siłą 20,06 kN, a odkształcenie trwałe po odciążeniu wynosiło poniżej $2,5 \times 10^{-4}$ rad. We właściwym cyklu obciążeniowym maksymalna siła wyniosła $N_{gr} = 133,23$ kN, przy której nastąpiło wyczerpanie nośności wskutek wyboczenia krzyżulców.

Kolejnym badanym modelem był słup S-1.2. Ze względu na bardzo małe kąty odkształcenia trwałego po obciążeniu wstępnym we wcześniejszych badaniach uznano, że obciążenie wstępne nie jest konieczne i przystąpiono do właściwego obciążania modelu. Poddano go jednostajnemu obciążeniu aż do osiągnięcia $N_{gr} = 135,59$ kN, przy którym nastąpiła utrata stateczności ogólnej (wyboczenie giętno-skrętne). Na rysunku 5 pokazano ścieżkę równowagi statycznej dla dwóch par czujników. W okolicy maksymalnego kąta skręcenia 3-4 można zaobserwować anomalię. Wynika ona z faktu ześlizgnięcia się końcówki czujnika w wyniku znacznych przemieszczeń. Na rysunku 6 pokazano zależności Southwella. Krzywe zoptymalizowano tak, aby współczynnik determinacji R^2 był jak największy.

Następny badany słup S-2.3 obciążano jednostajnie zwiększającą się siłą N aż do $N_{gr} = 124,61$ kN, przy której nastąpiła utrata stateczności lokalnej krzyżulców w postaci giętnej, podobnie jak w przypadku słupa S-2.2.

Badany słup S-1.3 obciążano jednostajnie aż do osiągnięcia siły N wynoszącej $N_{gr} = 129,67$ kN, przy której utracił on stateczność ogólną w postaci giętno-skrętnej (fotografia 2). Następnym badanym słupem był S-1.4. Model obciążono jednostajnie siłą N aż do poziomu wynoszącego $N_{gr} = 141,19$ kN, przy którym nastąpiło wyboczenie giętno-skrętne. Ostatnim z badanych był

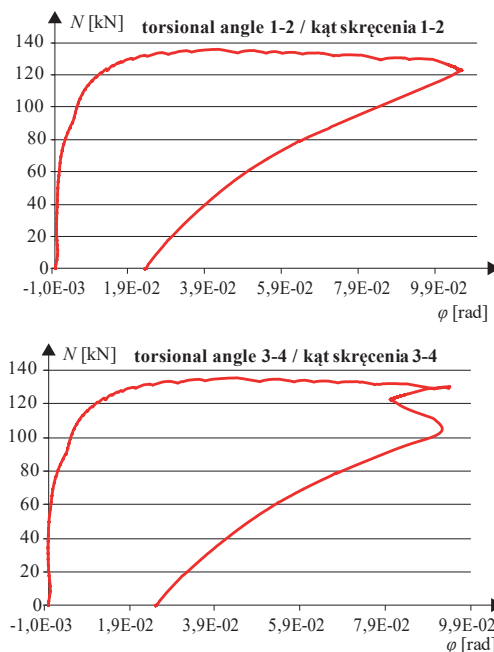


Fig. 5. Static equilibrium paths obtained during eccentric compression tests of the model S-1.2

Rys. 5. Ścieżki równowagi statycznej otrzymane podczas badań na ściskanie mimośrodowe modelu S-1.2

model, modifications were made to the bracing system to ensure that global instability could occur. The modification consisted of reinforcing the compression diagonals by welding flat-bar stiffeners to their midsections. The stiffeners were of the same thickness as the bracing flat bars (5 mm) and had a length of 230 mm. They were attached with intermittent fillet welds. The column was loaded monotonically until $N_{gr} = 124.46$ kN, at which point it failed by flexural-torsional buckling.

The torsional angle at mid-height of the specimens was determined based on readings from two pairs of displacement transducers. Using these data, Southwell plots were constructed, and a trend line (linear) was obtained via least-squares regression. Due to the complex nature of flexural-torsional buckling and the influence of local buckling of bracing members, the range of data used for constructing Southwell plots was individually adjusted for each test. The selection of data points was guided by the criterion of maximizing the coefficient of determination R^2 .

Table 1 summarizes the values of the critical flexural-torsional buckling loads, separated by the orientation of displacement sensor pairs, along with the corresponding coefficients of determination. The final column also specifies the observed failure mode of each column.

In [10], a system of differential equations for flexural-torsional buckling of a thin-walled, bisymmetric member under axial compression and bending in the plane of greater stiffness caused by a constant moment M_z is presented. Assuming that this bending moment results from the axial force applied with eccentricity ($M_z = -N \cdot e_y$), the critical flexural-torsional buckling load can be calculated using equation (2) [10]:

$$N_{cr,TF} = \frac{i_o^2 (N_y + N_T) - \sqrt{i_o^4 (N_y + N_T)^2 + 4 \cdot e_y^2 \cdot i_o^2 \cdot N_y \cdot N_T}}{2(i_o^2 - c \cdot e_y^2)} \quad (2)$$

where:

$$N_y = \frac{\pi^2 EI_y}{(\mu_y \cdot l)^2}; \quad N_T = \frac{1}{i_o^2} \left[\frac{\pi^2 EI_\omega}{(\mu_T \cdot l)^2} + GI_T \right]$$

e_y – eccentricity of the axial force,

c – coefficient dependent on the support conditions, equal to 1.0 for $\mu_y = \mu_T$, and for $\mu_y \neq \mu_T$ taking the values given in [10].

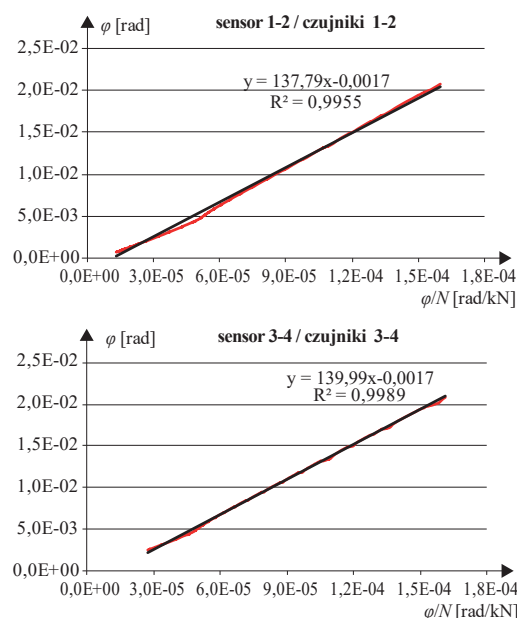


Fig. 6. Southwell dependence from model S-1.2 tests
Rys. 6. Zależności Southwella z badań modelu S-1.2



Photo 2. The pole failure due to loss of stability flexural-torsional buckling – general view

Fot. 2. Zniszczenie słupa wskutek utraty stateczności wyboczenia giętno-skrętnego – widok ogólny

słup S-2.4. W tym modelu dokonano modyfikacji wykratowania, tak aby możliwe było uzyskanie utraty stateczności ogólnej. Modyfikacja polegała na wzmocnieniu krzyżulców ściskanych przez dospawanie nakładek z płaskownika na ich środkową część. Nakładki miały grubość taką samą jak płaskowniki wykratowania (5 mm) i długość 230 mm. Nakładki przymocowano punktowymi spoinami grzbietowymi. Słup obciążano jednostajnie wzrastającą siłą, aż do osiągnięcia poziomu wynoszącego $N_{gr} = 124.46$ kN, przy którym nastąpiło wyczerpanie nośności w postaci wyboczenia giętno-skrętnego.

Na podstawie odczytów dwóch par czujników przemieszczeń wyznaczano kąt skęcenia w połowie wysokości modeli. Na tej podstawie wyznaczano krzywą Southwella, a następnie aproksymując ją metodą najmniejszych kwadratów, wyznaczono linię trendu (liniową). Ze względu na skomplikowany charakter wyboczenia giętno-skrętnego, a także wpływ utraty stateczności lokalnej (wyboczenie krzyżulców), zakres wyników branych pod uwagę przy wyznaczaniu zależności Southwella, był każdorazowo dopasowywany. Przy dopasowywaniu kierowano się kryterium maksymalnej wartości współczynnika determinacji R^2 .

W tabeli 1 zestawiono wartości siły krytycznej wyboczenia giętno-skrętnego z podziałem na kierunki ustawienia par czujników przemieszczeń wraz z przyporządkowanymi jej współczynnikami determinacji. W ostatniej kolumnie podano ponadto mechanizm zniszczenia słupa.

W [10] podano m.in. układ równań różniczkowych wyboczenia giętno-skrętnego cienkościennego pręta bisymetrycznego ściskanego siłą podłużną i zginanego w płaszczyźnie większej sztywności stałym momentem M_z .

Zakładając, że moment zginający wynika z siły podłużnej przyłożonej na mimośrodku ($M_z = -N \cdot e_y$), siłę krytyczną wyboczenia giętno-skrętnego można wyznaczyć ze wzoru (2) [10]:

$$N_{cr,TF} = \frac{i_o^2 (N_y + N_T) - \sqrt{i_o^4 (N_y + N_T)^2 + 4 \cdot e_y^2 \cdot i_o^2 \cdot N_y \cdot N_T}}{2(i_o^2 - c \cdot e_y^2)} \quad (2)$$

gdzie:

$$N_y = \frac{\pi^2 EI_y}{(\mu_y \cdot l)^2}; \quad N_T = \frac{1}{i_o^2} \left[\frac{\pi^2 EI_\omega}{(\mu_T \cdot l)^2} + GI_T \right]$$

e_y – mimośrodek siły;

c – współczynnik zależny od warunków podparcia, który jest równy 1,0 przy $\mu_y = \mu_T$, a przy $\mu_y \neq \mu_T$ przyjmuje wartości podane w [10].

**Table 1. Summary of test results of models S-1 and S-2**

Tabela 1. Zestawienie wyników badań modeli S-1 i S-2

Models / Model	Displacement Sensor Numbers / Numery czujników				Mean / Średnie $N_{cr,TF}$ [kN]	N_{gr} [kN]	Failure model / Model wyczerpania nośności
	1-2		3-4				
	$N_{cr,TF}$ [kN]	R^2	$N_{cr,TF}$ [kN]	R^2			
S-1.1	150.17	0.9732	147.76	0.9558	148.97	n. o.	brak
S-1.2	137.79	0.9955	139.99	0.9989	138.89	135.59	w. g-s.
S-1.3	134.03	0.9985	133.70	0.9996	133.87	129.67	w. g-s.
S-1.4	150.84	0.9997	145.67	0.9997	148.26	141.19	w. g-s.
S-2.1	no results / brak wyników						
S-2.2	139.14	0.9722	134.79	0.9657	136.97	133.23	w. k.
S-2.3	148.33	0.9962	145.01	0.9958	146.67	124.61	w. k.
S-2.4	133.62	0.9987	128.68	0.9950	131.15	124.46	w. g-s.

n. o. – not obtained, w. k. – local buckling of bracing members, w. g-s. – flexural-torsional buckling of the column, R^2 – coefficient of determination.
n. o. – nie osiągnięto, w. k. – wyboczenie krzyżulców, w. g-s. – wyboczenie giętno-skrętne słupa, R^2 – współczynnik determinacji.

Based on Equation (2), the critical elastic flexural-torsional buckling load can be calculated analytically. The sectorial moment of inertia of the composite cross-section of the column shaft is determined according to the relationship $I_{\bar{\omega}} = 2(I_{op} + a^2 \cdot I_{yp})$, as described in [5]. The torsional constant $I_{\bar{T}}$ of the column shafts was adopted based on the analyses presented in the doctoral dissertation [7], $I_{\bar{T}} = 17 \text{ cm}^4$ for S-1 and $I_{\bar{T}} = 14 \text{ cm}^4$ for S-2. In Equation (2), it is understood that $I_T = I_{\bar{T}}$ and $I_{\omega} = I_{\bar{\omega}}$. The coefficients used in Equation (2) were taken as $\mu_y = 1$, $\mu_T = 0.5$, and $c = 0.77$. With these values, the calculated critical elastic flexural-torsional buckling loads are 142.49 kN and 138.30 kN, respectively. Table 2 compares the analytically determined critical loads with those obtained from model tests. The results demonstrate very good agreement between the analytically and experimentally determined critical flexural-torsional buckling loads. The only notable observation is that the experimental critical loads are slightly lower than the analytical predictions, whereas the opposite is usually expected. This discrepancy may be attributed to the approximate nature of Equation (2) and the assumption of slightly overestimated $I_{\bar{T}}$ values for the column models.

The experimental mean values of $N_{cr,TF,gr}$ for each model type indicate that the difference in critical loads is minor, with a slight advantage for the lattice bracing made of hollow sections. However, a clear advantage of the hollow-section bracing is evident when considering the ultimate load capacity. Only after reinforcing the bracing made of flat bars was it possible to achieve global instability. Without reinforcement of the diagonals, the failure criterion was consistently governed by local instability (buckling of the bracing mem-

Na podstawie wzoru (2) można obliczyć wartość siły krytycznej sprężystego wyboczenia giętno-skrętnego analitycznie. Wycinkowy moment bezwładności złożonego przekroju trzonu słupa wyznacza się na podstawie zależności $I_{\bar{\omega}} = 2(I_{op} + a^2 \cdot I_{yp})$ opisanej w [5]. Natomiast moment bezwładności czystego skręcania trzonów badanych słupów $I_{\bar{T}}$ przyjęto, korzystając z analiz przeprowadzonych w pracy doktorskiej [7], gdzie: $I_{\bar{T}} = 17 \text{ cm}^4$ dla S-1 oraz $I_{\bar{T}} = 14 \text{ cm}^4$ dla S-2. Do wzoru (2) należy oczywiście podstawić, że $I_T = I_{\bar{T}}$ oraz $I_{\omega} = I_{\bar{\omega}}$. Odpowiednie współczynniki do równania (2) przyjęto o wartości: $\mu_y = 1$, $\mu_T = 0,5$ oraz $c = 0,77$. Obliczone przy tych danych siły krytyczne sprężystego wyboczenia giętno-skrętnego przyjmują odpowiednio wartości 142,49 kN oraz 138,30 kN. W tabeli 2. dokonano porównania sił krytycznych wyznaczonych analitycznie i z badań modelowych. Podane wyniki świadczą o bardzo dobrej zgodności wyznaczonych sił krytycznych wyboczenia giętno-skrętnego. Zastrzeżenia może budzić jedynie fakt, że siły krytyczne doświadczalne są w zasadzie nieco mniejsze od analitycznych. Zazwyczaj jest odwrotnie. Przyczyną tego może być fakt, że wzór (2) jest przybliżony oraz przyjęcie zbyt dużych wartości $I_{\bar{T}}$ dla modeli słupów.

Doświadczalne wartości $N_{cr,TF,gr}$ danego typu modeli pokazują, że różnica w siłach krytycznych jest niewielka, ze wskazaniem na korzyść wykratowania rurowego. Natomiast wyraźną przewagę wykratowania rurowego widać, jeśli pod uwagę weźmie się nośność graniczną. Dopiero wzmocnienie wykratowania z płaskowników pozwoliło osiągnąć utratę stateczności w postaci ogólnej. W przypadku braku wzmocnienia krzyżulców, za każdym razem kryterium wyczerpania nośności była utrata stateczności lokalnej (wyboczenie krzyżulców). Zaobserwowana utrata stateczności lokalnej,

Table 2. Comparison of critical forces from model tests and calculated formulae (2)

Tabela. 2. Porównanie sił krytycznych z badań modelowych i obliczonych wzorem (2)

Models / Modele	Critical load capacity / Siły krytyczne $N_{cr,TF}$ [kN]		%
	from tests / doświadczalne	analytical / analityczne	
S-1	142.50	142.49	+0.01
S-2	138.26	138.30	-0.03

bers). The observed local buckling, from the perspective of the behaviour of real building structures, would be highly unfavourable. This failure mechanism was sudden and occurred without prior warning.

Numerical verification using FEM

Numerical model tests were conducted using the ABAQUS computational software [11], which is based on the finite element method (FEM). The analyses in ABAQUS were performed using resources provided by the Wrocław Centre for Networking and Supercomputing (<http://wcss.pl>) under computational grant No. 306.

The models were created in the CAE module, while the analyses were carried out in the STANDARD module. The models were meshed with solid, 8-node elements with reduced integration (C3D8R) or, where the model geometry did not allow this, with solid 6-node elements (C3D6). Solid elements, unlike shell elements, take into account through-thickness deformation of the cross-section and are therefore better suited to the investigation of the analysed structures [6]. The finite element size was chosen such that the maximum dimension did not exceed 8 mm. The total number of finite elements, depending on the model type, ranged between 65,000 and 98,000.

The material properties were adopted to match those of the physical models, and a linear-elastic material model was assumed. The computational procedure comprised three steps: an **initial step** defining the boundary conditions, a **first step** consisting of a general static analysis, and a **second step** involving a stability analysis. Stability was examined using the buckle procedure, which is part of the linear buckling analysis (LBA) group of methods. Further details on this procedure are given in [7].

Table 3 summarises the results of the analyses of eccentrically compressed models S-1 and S-2. The first column presents the lowest eigenvalue corresponding to global instability, which is also the critical flexural-torsional buckling load. This value was used to calculate $I_{\bar{T}}$, the torsional constant of the columns under analysis, based on the approximate analytical Equation (2), with solutions obtained iteratively. For comparison, the last two columns show $I_{\bar{T}}$ values obtained from torsion tests [5] or bending tests [6].

A comparison of both models in terms of critical flexural-torsional buckling load indicates that replacing flat bars with hollow-section bracing offers only slight benefits. However, comparison of ultimate load results clearly demonstrates the advantage of the hollow-section bracing.

z punktu widzenia zachowania się rzeczywistych konstrukcji budowlanych, byłaby zdecydowanie niekorzystna. Mechanizm ten miał przebieg gwałtowny i niesygnalizowany.

Weryfikacja numeryczna MES

Badania na modelach numerycznych przeprowadzono, korzystając z programu obliczeniowego ABAQUS [11]. Bazując na metodzie elementów skończonych (MES). Obliczenia w programie ABAQUS wykonano przy użyciu zasobów udostępnionych przez Wrocławskie Centrum Sieciowo-Superkomputerowe (<http://wcss.pl>), w ramach grantu obliczeniowego Nr 306.

Modele wygenerowano w module CAE, natomiast obliczenia wykonano w module STANDARD. Modele podzielono na elementy skończone bryłowe, 8-węzłowe, ze zredukowanym całkowaniem (C3D8R), lub w miejscach, gdzie geometria modelu na to nie pozwalała – na elementy bryłowe 6-węzłowe (C3D6). Elementy bryłowe, w przeciwieństwie do elementów powłokowych uwzględniają odkształcenia przekroju na grubości, dlatego lepiej nadają się do badań przedmiotowych konstrukcji [6]. Wielkość elementów skończonych dobrano tak, aby maksymalny wymiar nie przekraczał 8 mm. Liczba elementów skończonych, w zależności od typu modelu, mieściła się w przedziale 65÷98 tys.

Stałe materiałowe przyjęto jak dla modeli fizycznych. Założono liniowo-sprężysty model materiału. Procedura obliczeniowa zakładała trzy kroki. **Krok inicjujący**, w którym zdefiniowane zostały warunki podparcia, **krok pierwszy** – ogólna analiza statyczna oraz **krok drugi** – analiza stateczności. Stateczność badana była za pomocą procedury *buckle*, która należy do grupy niestateczności liniowych (LBA). Więcej szczegółów na ten temat podano w [7].

W tabeli 3 zestawiono wyniki obliczeń mimośrodowo ściskanych modeli S-1 i S-2. W pierwszej kolumnie podano pierwszą wartość własną utraty stateczności ogólnej, co jest zarazem siłą krytyczną wyboczenia giętno-skrętnego. Na jej podstawie obliczano $I_{\bar{T}}$ – moment bezwładności czystego skręcania analizowanych słupów. Korzystano przy

tym z przybliżonego analitycznego wzoru (2), a rozwiązania szukano metodą iteracyjną. W dwóch ostatnich kolumnach podano dla porównania wartości $I_{\bar{T}}$, uzyskane na podstawie badań na skręcanie [5] lub zginanie [6].

Porównanie obu modeli z punktu widzenia wartości siły krytycznej wyboczenia giętno-skrętnego nasuwa wniosek, że zastosowanie jako wykratowania rur zamiast płaskowników przynosi niewielkie korzyści. Jednak porównanie wyników obciążenia granicznego wskazuje wyraźną zaletę wykratowania z rur.

Table 3. Summary of results for eccentrically compressed, torsional and flexural models

Tabela 3. Zestawienie wyników w przypadku modeli mimośrodowo ściskanych, skręcanych i zginanych

Models / Modele	Eccentric compression / Mimośrodowe ściskanie		Torsion / Skręcanie [5]	Bending / Zginanie [6]
	$N_{cr,TF}$ [kN]	$I_{\bar{T}}$ [cm ⁴]	$I_{\bar{T}}$ [cm ⁴]	$I_{\bar{T}}$ [cm ⁴]
S-1	138,14	21,61	16,69	15,67
S-2	135,55	19,32	14,09	13,31



Conclusions

The studies on steel columns subjected to eccentric compression confirmed the sensitivity of this type of member to global instability, in contrast to double-chord columns braced in two planes (quasi-closed). It is worth noting the very good agreement between the numerically determined elastic critical flexural-torsional buckling loads obtained using the ABAQUS software and those measured experimentally. The difference between the mean experimental and numerically calculated critical flexural-torsional buckling loads was approximately 3% for the S-1 models and 2% for the S-2 models.

Both the numerical FEM analyses and the physical model tests confirm the more favourable behaviour of columns with square hollow-section bracing in terms of local stability. For compressed columns, this is particularly important because local buckling of flat-bar bracing members occurs suddenly and without warning. At the ultimate load level, more than half of the compression diagonals in the flat-bar bracing system buckle. Unlike in bending members, a different failure mechanism develops. In the case of eccentrically compressed columns, the loading of the diagonals results mainly from the shear force in the column shaft. The loss of stability of a single diagonal leads to its exclusion from carrying loads, forcing the remaining diagonals to take over the load transfer. This triggers a rapid, cascading progression of instability in the subsequent diagonals. Such a phenomenon is particularly dangerous in critical load-bearing structures, and its misjudgement may result in structural failure.

To mitigate the adverse effect of local instability of flat-bar bracing members on the load-bearing capacity of double-chord columns, these members should be fabricated with greater thickness. The same effect can be achieved more economically by replacing the flat bars with channel or angle sections.

Received: 10.03.2025

Revised: 19.05.2025

Published: 19.09.2025

Wnioski

Omówione badania słupów stalowych poddanych mimośrodowemu ściskaniu, potwierdziły wrażliwość tego typu elementów na przestrzenną utratę stateczności, w przeciwieństwie do słupów dwugłęziowych skratowanych w dwóch płaszczyznach (quasi-zamkniętych). Warto zwrócić uwagę na bardzo dobrą zgodność sił krytycznych sprężystego wyboczenia giętno-skrętnego wyznaczonych numerycznie programem ABAQUS, z analogicznymi siłami otrzymanymi z badań doświadczalnych. Różnica między średnimi siłami krytycznymi wyboczenia giętno-skrętnego z badań doświadczalnych oraz wyznaczonymi numerycznie wynosi ok. 3% w przypadku modeli S-1 i 2% – modeli S-2.

Zarówno badania numeryczne MES, jak i na modelach fizycznych potwierdzają korzystniejsze zachowanie się słupów z wykratowaniem z rur kwadratowych, ze względu na ich stateczność lokalną. W przypadku słupów ściskanych jest to o tyle istotne, że przebieg utraty stateczności krzyżulców z płaskowników jest gwałtowny i niesygnalizowany. W momencie osiągnięcia nośności granicznej ponad połowa krzyżulców ściskanych wykratowania z płaskowników ulega wyboczeniu. W przeciwieństwie do elementów zginanych, powstaje inny mechanizm zniszczenia. W przypadku ściskania mimośrodowego obciążenie krzyżulców wynika głównie z siły poprzecznej w trzonie słupa. Utrata stateczności jednego z krzyżulców skutkuje jego wyłączeniem z przenoszenia obciążeń, a w konsekwencji konieczność przenoszenia sił przez pozostałe krzyżulce. Wywołuje to gwałtowną, kaskadowo postępującą utratę stateczności kolejnych krzyżulców. Zjawisko takie jest szczególnie niebezpieczne w przypadku ważnych ustrojów nośnych. Błędna ocena tego zjawiska może skutkować katastrofą budowlaną.

Chcąc uniknąć w dwugłęziowych słupach z wykratowaniem z płaskowników niekorzystnego wpływu ich stateczności lokalnej na nośność słupów, należy wykonywać je o większej grubości. Ten sam efekt można osiągnąć mniejszym kosztem, stosując w miejsce płaskowników ceowniki lub kątowniki.

Artykuł wpłynął do redakcji: 10.03.2025 r.

Otrzymano poprawiony po recenzjach: 19.05.2025 r.

Opublikowano: 19.09.2025 r.

Literature

- [1] Biegus A. Stalowe budynki halowe. Warszawa: Arkady; 2004.
- [2] Kucharczuk W, Labocha S. Hale o konstrukcji stalowej. Poradnik projektanta. Polskie Wyd. Tech.; 2012.
- [3] Guide for the Design and Construction of mill buildings. Pittsburgh, Pennsylvania: AISE Technical Report No. 13; 2013.
- [4] Hasheela PF. Behaviour of single laced columns versus double laced columns. Master thesis. University of the Witwatersrand, 2013.
- [5] Lorkowski P, Gosowski B. Experimental and numerical research of the torsion problem of built-up steel columns laced in a single plane. Eng Struct 2018;160:566–80. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.01.049>.
- [6] Lorkowski P, Gosowski B. Experimental and numerical research of the lateral buckling problem for steel two-chord columns with a single lacing plane. Thin-Walled Structures 2021;165:107897. <https://doi.org/10.1016/J.TWS.2021.107897>.
- [7] Lorkowski P. Nośność krytyczna stalowych elementów dwugłęziowych z pojedynczą płaszczyzną skratowań. Praca doktorska, Raporty Inst. Bud. PWroc., Ser. PRE, nr 5/2014. Politechnika Wrocławska, 2014.
- [8] PN-EN 1090-2 +A1:2012 Wykonanie konstrukcji stalowych i aluminiowych – Część 2: Wymagania techniczne dotyczące konstrukcji stalowych.
- [9] Bogucki W, Żybertowicz M. Tablice do projektowania konstrukcji metalowych. Warszawa: Arkady; 2006.
- [10] Gosowski B. Spatial buckling of thin-walled steel-construction beam-columns with discrete bracings. J Constr Steel Res 1999;52:293–317. [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(99\)00021-8](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(99)00021-8).
- [11] ABAQUS 6.12. 2012 Online Documentation. Dassault Systèmes.