

dr inż. Łukasz Krawczyk¹⁾
ORCID: 0000-0002-0406-7750

Analysis of strengthening a reinforced concrete column head

Analiza wzmocnienia głowicy słupa żelbetowego

DOI: 10.15199/33.2025.08.03

Abstract: This paper discusses how to strengthen the head of a certain reinforced concrete column. The disadvantages of using CFRP mats for this purpose are described. Alternative solutions, such as the use of external prestressing and Embedded Through-Section, are presented. Models of the element were made using non-linear FEM in Atena software. The load-bearing capacity was determined both in the as-is condition and after strengthening using Embedded Through-Section bars. The effectiveness of the proposed solution was proven computationally.

Keywords: strengthening; RC corbel; nonlinear analysis; CFRP fabric; Embedded Through-Section rods.

Streszczenie: W artykule zaprezentowano sposób wzmocnienia pewnej głowicy słupa żelbetowego. Opisano wady wykorzystania w tym celu mat CFRP. Przedstawiono rozwiązania alternatywne polegające na wykorzystaniu zewnętrznego sprężenia i prętów wklejanych. Wykonano modele elementu, wykorzystując nieliniową MES w programie Atena. Wyznaczono nośność zarówno w stanie zastanym, jak i po wzmocnieniu z wykorzystaniem prętów wklejanych do betonu. Udowodniono obliczeniowo skuteczność zaproponowanego rozwiązania.

Słowa kluczowe: wzmacnianie; wspornik żelbetowy; analiza nieliniowa; mata CFRP; pręty wklejane.

This article was written with reference to the article [1], which presented an example of an incorrectly shaped head of a prefabricated reinforced concrete column (see Figure 1) and accurately pointed out the mistakes made by the author of the solution. Next, in [1], an analysis of principal stresses in the element was performed, assuming a linearly elastic model of the structure, and an analysis was performed using the strut-and-tie method. This part of article [1] was summarised with drawings of the designed reinforcement (due to different assumptions for the calculations, the author obtained different amounts of reinforcement with the same shape). All the elements described above deserve recognition, as the presented case of the structure is interesting, the design error is accurately identified and the correct solution is presented.

However, the subchapter ‘Summary’, which describes how to strengthen the element using a CFRP fabric, causes doubts. Here, questions have arisen, to which there is no answer in [1]:

- What is the load-bearing capacity of the element in its ‘as-is’ state?
- What is the load-bearing capacity of the element reinforced in the proposed manner?
- Was the strengthening carried out due to the ultimate limit state (ULS) or the serviceability limit state (SLS)?
- Is the proposed (implemented?) strengthening in accordance with technical knowledge?
- Is the described strengthening optimal?

Artykuł został napisany ad vocem do artykułu [1], w którym przedstawiono przykład błędnie ukształtowanej głowicy żelbetowego słupa prefabrykowanego (rysunek 1) i trafnie wypunktowano błędy popełnione przez autora rozwiązania. Następnie w [1] przeprowadzono analizę naprężeń głównych w elemencie, zakładając liniowo sprężysty model pracy konstrukcji oraz przeprowadzono analizę wytrzymałościową metodą strut-and-tie. Ta część artykułu [1] została podsumowana rysunkami zaprojektowanego zbrojenia (ze względu na przyjęcie różnych założeń do obliczeń autor otrzymał różną ilość zbrojenia o takim samym kształcie). Wszystkie opisane elementy zasługują na uznanie, ponieważ przedstawiony przypadek konstrukcji jest interesujący, błąd projektowy trafnie określony i przedstawiono poprawne rozwiązanie. Wątpliwości wzbudza natomiast podrozdział „Podsumowanie”, w którym opisano sposób wzmocnienia elementu z wykorzystaniem maty CFRP. I tu pojawiły się pytania, na które nie ma odpowiedzi w [1]:

- jaka jest nośność elementu w stanie „zastanym”?
- jaka jest nośność elementu wzmocnionego w zaproponowany sposób?
- czy wzmocnienie zrealizowano ze względu na stan graniczny nośności (SGN) czy na stan graniczny użytkowania (SGU)?
- czy zaproponowane (zrealizowane?) wzmocnienie jest zgodne z obecnym stanem wiedzy technicznej?
- czy opisane wzmocnienie jest optymalne?

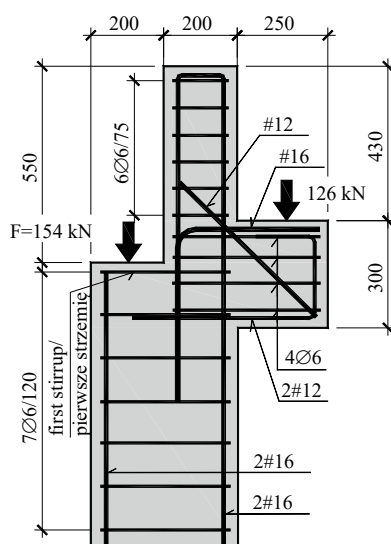


Fig. 1. The head zone of a reinforced concrete column, with vertical forces based on [1]

Rys. 1. Strefa głowicowa słupa żelbetowego z wartościami obciążeń pionowych na podstawie [1]

¹⁾ Politechnika Łódzka, Wydział Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska; lukasz.krawczyk@p.lodz.pl

Discussion of the strengthening method presented in article [1]

Referring to the condition of the structure, the key issue is the load-bearing capacity of the element in its current state. The load-bearing capacity was not presented in article [1], therefore there is no direct argument that any intervention in the described structure should be taken. However, it must be admitted that the dimensions of the element are unfavourable due to the proximity of the sudden change in the stiffness of the column and the corbel. The reinforcement is improperly shaped due to the lack of bars connecting the two parts of the structure – the corbel and the full width of the column – and the lack of a diagonal bar securing the corner created by the sudden change in the column cross-section. The consequence of the lack of calculated load-bearing capacity is the inability to clearly answer the question of whether reinforcement is necessary due to the ultimate load-bearing capacity or the serviceability limit state. In [1], attention was drawn to the incorrectly shaped reinforcement and a crack with a width of 0.5 mm, without specifying what was the reason for the decision to make changes to the existing structure.

The choice of strengthening method in [1] was justified as follows: *‘Due to limited access to the column head and the continuous operation of a “clean” production process in the building, traditional reinforcement methods had to be rejected.’* It is difficult to argue with the argument of difficult access due to the lack of sufficient data. As for the clean production process, in many cases the work site can be enclosed and secured with plastic sheeting so that construction work can be carried out without the risk of contaminating the production lines. In addition, traditional forms of bracket reinforcement, presented in [2 ÷ 3], consisting of compressing the element with external reinforcement, cause less nuisance than using CFRP fabric (no need to use resins). Thanks to drills with dust extraction directly to a vacuum cleaner, embedding rods into the structure [4 ÷ 6] is not a technology that is disruptive to the environment. In the case of bonding CFRP fabric, strengthening of structural reinforcement systems usually require pull-off tests to be carried out to demonstrate sufficient concrete strength. Low strength obtained in the test may exclude this strengthening technique. Other methods described here are not sensitive to the tensile strength of the concrete surface layer (they do not require pull-off testing). It should be noted that in a situation where the load-bearing capacity of an element is insufficient and the resulting risk is obvious, it seems clear that all possible means and measures must be used to strengthen the structural elements in such a way that the building ensures the safety of its users.

Assuming the need to reinforce with CFRP fabric, one can follow the article [7]. It refers to the requirement to use at least two layers of CFRP fabric in order to reduce the risk of sudden failure of the strengthening and destruction of the element. In [1], Figure 6 shows a single layer of fabric. In addition, article [7] points out that the contribution of CFRP to force transfer should be such that the failure of the composite does not cause a structural collapse – i.e. the safety factor without CFRP should be greater than one; in article [7], a value of 1.1 is assumed.

Ocena sposobu wzmocnienia zaprezentowanego w artykule [1]

Chcąc odnieść się do stanu konstrukcji, kluczową sprawą jest nośność elementu w stanie „zastanym”. W artykule [1] nośność nie została zaprezentowana, w związku z tym nie ma argumentu wprost, że należy podjąć jakąkolwiek ingerencję w opisaną konstrukcję. Należy jednak przyznać, że gabaryty elementu są niekorzystne ze względu na bliskość skokowej zmiany sztywności słupa i wspornika. Zbrojenie jest niewłaściwie ukształtowane ze względu na brak prętów łączących dwie części konstrukcji – wspornik i pełną szerokość słupa oraz brak pręta ukośnego zabezpieczającego naroże powstałe na skutek skokowej zmiany przekroju słupa. W wyniku braku policzonej nośności nie ma możliwości jasnej odpowiedzi na pytanie, czy wzmocnienie jest potrzebne ze względu na stan graniczny nośności czy na stan graniczny użytkowania. W [1] zwrócono uwagę na błędnie ukształtowane zbrojenie i rysę o szerokości rozwarcia 0,5 mm, nie precyzując, co było przyczyną podjęcia decyzji o wprowadzaniu zmian w istniejącą konstrukcję.

Wybór sposobu wzmocnienia w [1] został uzasadniony *Ze względu na ograniczony dostęp do głowicy słupa i ciągle prowadzenie w hali „czystego” procesu produkcyjnego należało odrzucić tradycyjne metody wzmocnienia* [1]. Z argumentem utrudnionego dostępu trudno jest dyskutować ze względu na brak wystarczających danych. W kwestii prowadzenia czystego procesu produkcyjnego w wielu przypadkach miejsce prowadzenia prac można obudować i zabezpieczyć folią, aby móc prowadzić prace budowlane bez ryzyka zanieczyszczenia linii produkcyjnych. Poza tym tradycyjne formy wzmocnienia wspornika, zaprezentowane w [2, 3], polegające na sprężeniu elementu zbrojeniem zewnętrznym, powodują mniej uciążliwości niż klejenie mat CFRP (brak konieczności używania żywicy). Dzięki wiertłom z odprowadzeniem pyłu bezpośrednio do odkurzacza wklejanie prętów w konstrukcję [4–6] nie jest technologią uciążliwą dla otoczenia. W przypadku klejenia mat z CFRP wymaganiem producentów systemów do wzmacniania konstrukcji jest zazwyczaj przeprowadzenie badań pull-off w celu wykazania wystarczającej wytrzymałości betonu. Mała wytrzymałość otrzymana w badaniu może wykluczyć tę technikę wzmocnienia. Inne opisane metody nie są wrażliwe na wytrzymałość na rozciąganie warstwy przypowierzchniowej betonu (nie wymagają przeprowadzania badania pull-off). Należy zaznaczyć, że w sytuacji niedostatecznej nośności elementu i wynikającego z niej zagrożenia wydaje się oczywiste, że trzeba wzmocnić elementy konstrukcyjne w taki sposób, aby budynek zapewniał bezpieczeństwo użytkownikom.

Przyjmując konieczność wzmocnienia matą CFRP, można wzorować się na zacytowanym w [1] artykule [7]. Przywołane jest w nim wymaganie stosowania co najmniej dwóch warstw maty CFRP w celu ograniczenia ryzyka gwałtownego zerwania wzmocnienia i zniszczenia elementu. W artykule [1], na rysunku 6, przedstawiono jedną warstwę maty. Dodatkowo w artykule [7] zwrócono uwagę na to, że udział CFRP w przenoszeniu sił powinien być taki, aby zerwanie kompozytu nie powodowało katastrofy konstrukcji – czyli współczynnik bezpieczeństwa bez udziału CFRP ma być większy od jedności, w artykule [7] przyjęto 1,1. Bez policzonej nośności stanu „za-

Without calculating the load-bearing capacity of the ‘existing’ state, it is impossible to refer to this requirement. Additionally, attention should be paid to the direction of the fabric used. It works in a horizontal direction, and as shown in [1], the largest tensile stress trajectories are diagonally. In order to answer the questions raised in detail, it was decided to calculate the load-bearing capacity of the element in its ‘as-is’ state.

This article does not address in detail issues related to fire protection of strengthening, as this is a topic for separate analysis. The solution using CFRP according to [1] and the aforementioned external compression would prove problematic if cladding had to be used. It is much simpler to separate the bars bonded to the concrete from the heat source – due to the naturally occurring insulation, the only solution is needed to protect the washer, nut and end of the rod.

Calculation of the load-bearing capacity of the element in its ‘as-is’ state

In order to answer the fundamental question, models corresponding to the element were created in the Atena [8]. Two-dimensional models were chosen, assuming a flat stress state. Concrete was represented by a Cementitious 2 [8] material, assuming a compressive strength of $f_c = 13.3$ MPa and a tensile strength of $f_{ct} = 1.0$ MPa, according to [1] and [9]. A fracture energy of $G_f = 0.025$ kN/m [10] and a minimum crack spacing of 10 cm were assumed. Quadrilateral finite elements with four Gaussian integration points were used to model concrete, with a size of approximately 3×3 cm in the basic models. In addition, in selected examples, the influence of the size of finite elements on the results was checked. Reinforcement bars were considered as truss elements with elastic-plastic characteristics and linear hardening. A modulus of elasticity $E_s = 200$ GPa was assumed, with the remaining parameters depending on the steel grade. In the basic models, values referring to the calculated values resulting from standard [9] were assumed. Class 8.8 threaded rods were used in the strengthened elements. A partial safety factor of 1.15 was assumed for the calculations. Detailed data are provided in Table 1.

The cross-sectional area of the bars was selected in accordance with Figure 1. The bars were modelled in concrete, taking into account the relationship between slip and bond stresses between steel and concrete according to FIB Model Code 2010 [10]. The coasters under the loads were modelled as flat elements made of elastic material with a longitudinal elastic modulus $E_p = 20$ GPa. The connection between the coasters and the bracket was achieved by ensuring full compatibility of node displacements. The bottom surface of the column fragment was blocked from moving in all directions. The load was applied incrementally by increasing the force along the length of the coaster. The *Newton-Raphson* method was used to solve the problem, assuming limit values of 0.01 for displacement and residual error and 0.0001 for en-

stano” nie sposób odnieść się do tego wymagania. Dodatkowo należy zwrócić uwagę na kierunek zastosowanej maty. Pracuje ona w kierunku poziomym, a jak wykazano w [1] największe trajektorie naprężeń rozciągających przebiegają w kierunku skośnym. W celu szczegółowego odniesienia się do postawionych pytań, zdecydowano o policzeniu nośności elementu w stanie „zastany”.

W artykule nie odnoszę się szczegółowo do spraw związanych z zabezpieczeniem przeciwpożarowym wzmocnienia, ponieważ jest to temat na osobną analizę. Rozwiązanie wykorzystujące CFRP wg [1] oraz wspomniane sprężanie zewnętrzne okazały się kłopotliwe w przypadku konieczności zastosowania okładzin. Dużo prostsze jest oddzielenie od źródła ciepła prętów wklejonych do betonu ze względu na naturalnie występującą otulinę. Do rozwiązania pozostaje zabezpieczanie podkładki, nakrętki i końcówki pręta.

Obliczenie nośności elementu w stanie „zastany”

W celu odpowiedzi na zasadnicze pytanie, stworzono modele odpowiadające elementowi w programie Atena [8]. Zdecydowano się na modele dwuwymiarowe, zakładając płaski stan naprężenia. Beton odwzorowano materiałem typu Cementitious 2 [8], przyjmując wytrzymałość na ściskanie $f_c = 13,3$ MPa; wytrzymałość na rozciąganie $f_{ct} = 1,0$ MPa; dane wg [1] i [9]. Założono energię pęknięcia $G_f = 0,025$ kN/m [10] i minimalny rozstaw rys 10 cm. Do modelowania betonu zastosowano elementy skończone czworoboczne z czterema punktami całkowania *Gaussa*. Ich wielkość to ok. 3×3 cm w modelach podstawowych. Dodatkowo, w wybranych przykładach, sprawdzano wpływ wielkości elementów skończonych na wyniki. Stal zbrojeniowa została uwzględniona jako elementy kratownicowe o charakterystyce sprężysto-plastycznej z liniowym wzmocnieniem. Założono moduł sprężystości $E_s = 200$ GPa, a pozostałe parametry w zależności od gatunku stali. W modelach podstawowych przyjmowano wartości nawiązujące do obliczeniowych, wynikających z normy [9]. W elementach ze wzmocnieniem przewidziano stosowanie prętów gwintowanych klasy 8.8. Do celów obliczeń założono częściowy współczynnik bezpieczeństwa wynoszący 1,15. Szczegółowe dane zamieszczono w tabeli 1.

Pole przekroju prętów dobierano zgodnie z rysunkiem 1. Pręty zostały zamodelowane w betonie z uwzględnieniem zależności pomiędzy poślizgiem a naprężeniami przyczepności, pomiędzy stalą a betonem wg FIB Model Code 2010 [10]. Podkładki pod obciążeniami zamodelowano jako elementy płaskie wykonane z materiału sprężystego o module sprężystości podłużnej $E_p = 20$ GPa. Połączenie podkładki i wspornika zrealizowano przez zapewnienie pełnej zgodności przemieszczeń węzłów. Na powierzchni dolnej fragmentu słupa zablokowano możliwość przesuwu we wszystkich kierunkach. Obciążenie przykładano przyrostowo, zwiększając siłę na długości podkładki. Zastosowano metodę

Table 1. Reinforcement properties assumed in the models

Tabela 1. Właściwości zbrojenia przyjęte w modelach

Type of steel/ Rodzaj stali	f_y [MPa]	f_t [MPa]	ε_{uk} [–]
Steel St3SX/ Stal St3SX	210	310	0,25
Steel 18G2-b/ Stal 18G2-b	310	410	0,20
Rods 8.8/ pręty 8,8	596	696	0,02

ergy. In the event of a lack of convergence of the solution for individual steps, the load increment was reduced in order to obtain solution errors smaller than those assumed. The analysis method assumed the application of design load values to the structure and took into account the design strength parameters of the materials.

Due to the method of analysis, a large amount of data was required, therefore certain assumptions were made:

- the load on the model refers to the vertical component of the force on the undercut (154 kN will mean the full design load on the element);
- the load on the undercut and the support is applied proportionally so that the full values are reached in the same load step (154 kN on the undercut and 126 kN on the corbel);
- it was assumed that the load values of 154 kN and 126 kN given in [1] are design values;
- the horizontal force was assumed to be 20% of the vertical force, as recommended by the standards. This assumption significantly affects the load-bearing capacity of the element; it is difficult to comment on this value without detailed knowledge of the structural system, coasters and the method of fastening the elements that are on the corbel and undercut;
- the vertical and horizontal loads are applied simultaneously in analogous increments;
- the dimensions of the force coasters were assumed to be 10×40 cm.

Nine computational models differing in the size of the finite element side were created to calculate the load-bearing capacity of the element in its 'as-built' state. A mesh ranging from 1×1 cm to 5×5 cm was used, with increments of 0.5 cm. According to the calculations, the numerical model solutions (Figure 2) did not converge at loads of $84 \div 95$ kN ($55 \div 62\%$ of the design load), see Figure 3. However, it is worth noting that the first stirrup became plastic at a load of $57 \div 67$ kN ($37 \div 44\%$ of the design load), see Figure 4. In considerations regarding load-bearing capacity, this value should be taken into account conservatively. In order to ensure safe use of the structure, the element needs to be strengthened due to the ULS. Figures 3 and 4 show the size of the finite element used in the model on the horizontal axis and the force resulting from the analysis on the vertical axis. The red line indicates the assumed load level. All values below the red line indicate a load-bearing capacity deficit. Regardless of which approach we consider appropriate, it must be concluded that the described element is characterised by a significant load-bearing capacity deficit. The relationship between the stress in the first stirrup and the force loading the column undercut is shown in Figure 5. If it is necessary to strengthen an element for the assumed loads, it is necessary to take into account the need to increase the transferred forces by approximately 70%

Newtona-Raphsona, przyjmując jako graniczne wartości błędów przemieszczeń i resztkowego 0,01 oraz energii 0,0001. W przypadku braku zbieżności rozwiązań w poszczególnych krokach zmniejszano przyrost obciążenia, aby uzyskać błędy mniejsze od planowanych. Sposób analizowania zakładał przyłożenie do konstrukcji obciążeń o wartościach obliczeniowych oraz uwzględnienie obliczeniowych parametrów wytrzymałościowych materiałów.

Ze względu na sposób analizy potrzebna była duża liczba danych. W związku z tym poczyniono następujące założenia:

- obciążenie modelu odnosi się do pionowej składowej siły na podcięciu (154 kN będzie oznaczało pełne obciążenie obliczeniowe na elemencie);
- obciążenie na podcięciu i wsporniku przykładane jest proporcjonalnie, tak aby w tym samym kroku obciążenia osiągnąć pełne wartości (154 kN na podcięciu i 126 kN na wsporniku);
- obciążenie pionowe i poziome przykładane są jednocześnie w analogicznych przyrostach;
- wymiar podkładek siły wynosi 10×40 cm.
- wartościami obliczeniowymi będą wartości obciążeń 154 kN i 126 kN podane w [1];
- siła pozioma stanowi 20% siły pionowej, tak jak to wynika z zaleceń normowych.

Ostatnie założenie w znaczny sposób wpływa na otrzymaną nośność elementu. Trudno skomentować tę wartość bez szczegółowej wiedzy o układzie konstrukcyjnym, podkładkach i sposobie zamocowania elementów, które opierają się na wsporniku i podcięciu;

Licząc nośność elementu w stanie „zastanym”, wykonano dziewięć modeli obliczeniowych różniących się między sobą wielkością boku elementu skończonego. Zastosowano siatkę o wielkości od 1×1 cm do 5×5 cm, stopniując co 0,5 cm (rysunek 2). Zgodnie z obliczeniami brak zbieżności rozwiązań modelu numerycznego występował przy obciążeniach $84 \div 95$ kN ($55 \div 62\%$ obciążenia obliczeniowego) – rysunek 3. Należy podkreślić, że uplastycznienie pierwszego strzemienia wystąpiło przy obciążeniu $57 \div 67$ kN ($37 \div 44\%$ obciążenia obliczeniowego) – rysunek 4. W rozważaniach dotyczących nośności, podchodząc konserwatywnie, należałoby tę wartość brać pod uwagę. W celu bezpiecznego użytkowania konstrukcji element wymaga wzmocnienia ze względu na stan graniczny nośności. Na rysunkach 3 i 4 wskazano na osi poziomej wielkość elementu skończonego zastosowanego w modelu, natomiast na osi pionowej siłę wynikającą z analizy. Czerwoną linią oznaczono poziom założonego obciążenia. Wszystkie wartości znajdujące się poniżej czerwonej linii oznaczają deficyt nośności. Bez względu na to, które podejście uznamy za właściwe, należy stwierdzić, że opisany element charakteryzuje się dużym deficytem nośności. Zależność pomiędzy naprężeniem w pierw-

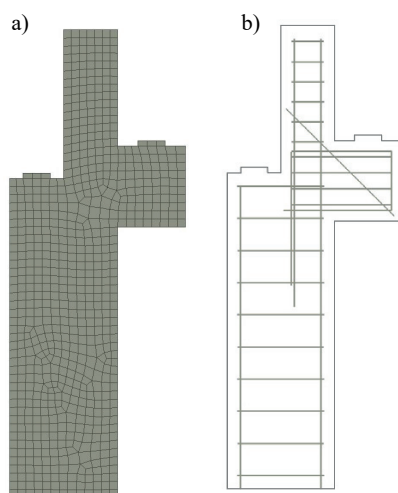


Fig. 2. Model in the Atena program: a) surface elements; 3×3 cm mesh; b) bar elements

Rys. 2. Model w programie Atena: a) elementy powierzchniowe; siatkowanie 3×3 cm; b) elementy prętowe

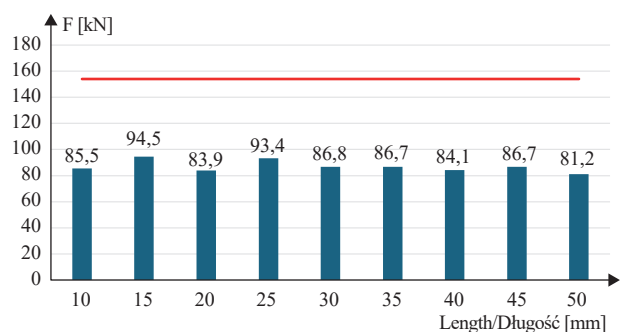


Fig. 3. The highest force value at which convergence was obtained in models with different finite element side lengths

Rys. 3. Największa wartość siły, przy której otrzymano zbieżność w modelach o różnej długości boku elementu skończonego

of the maximum force obtained during the simulation (which means a strengthening of approximately 150% of the force causing plastic stains in the first stirrup). In [7], it was shown that CFRP fabric can be used to increase the load-bearing capacity by no more than 54%, which should be an argument against using such a solution.

Calculation of the load-bearing capacity of an element after strengthening with bonded rods

Once the load-bearing capacity deficit has been determined, calculations for strengthening elements can be performed. Calculations were performed for elements with additional diagonal reinforcement, horizontal reinforcement, and both at the model, see Figure 6. The models for the calculations were created in the same way as those before strengthening, with the addition of strengthening rods. Due to the lack of information about the actual load acting on the structure, it was assumed that the rods would be bonded at half of the total design load. It should be noted that, according to the above calculations, we would be dealing with strengthening of the structure in a pre-failure state, due to the significant width of the crack opening (approximately 1 mm, assuming characteristic data for steel) and the exceeding

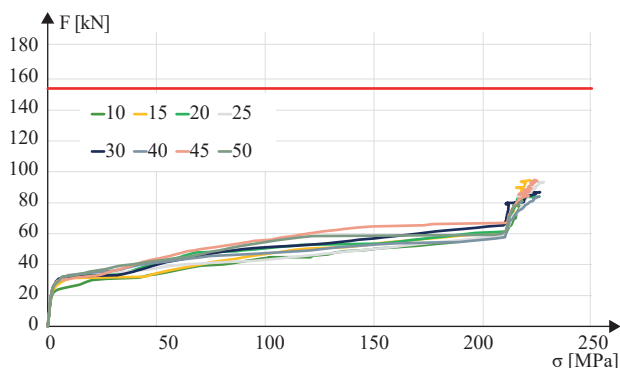


Fig. 5. Relationship between the stress in the first stirrup and the force acting on the column undercut

Rys. 5. Zależność pomiędzy naprężeniem w pierwszym strzemieniu a siłą obciążającą podcięcie słupa

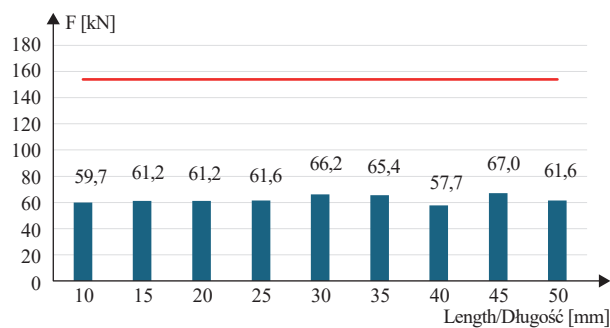


Fig. 4. The yield force of the first stirrup in models with different finite element side lengths

Rys. 4. Siła uplastyczniająca pierwsze strzemie w modelach o różnej długości elementu skończonego

szym strzemieniu a siłą obciążającą podcięcie słupa przedstawiono na rysunku 5. W przypadku potrzeby wzmocnienia elementu do zakładanych obciążeń trzeba liczyć się z koniecznością zwiększenia przenoszonych sił o ok. 70%, licząc od maksymalnej siły uzyskanej w trakcie symulacji (oznacza to wzmocnienie o ok. 150% licząc od siły uplastyczniającej pierwsze strzemie). W pracy [7] wykazano, że za pomocą mat z CFRP jest dozwolone zwiększanie nośności o nie więcej niż 54%, co powinno być argumentem przeciw zastosowaniu takiego rozwiązania.

Obliczenie nośności elementu po wzmocnieniu zbrojeniem wklejanym

Po ustaleniu, jaki jest deficyt nośności, można przystąpić do obliczeń elementów wzmocnionych. Wykonano obliczenia elementów z dodatkowym zbrojeniem ukośnym, poziomym i obydwoma jednocześnie (rysunek 6). Modele do obliczeń stworzono analogicznie do tych przed wzmocnieniem, dodając oczywiście elementy wzmacniające. Ze względu na brak informacji o rzeczywistym obciążeniu działającym na konstrukcję, założono wklejenie prętów przy połowie całkowitego obciążenia obliczeniowego. Należy zaznaczyć, że zgodnie z wykonanymi wcześniej obliczeniami mielibyśmy do czynienia ze wzmacnianiem

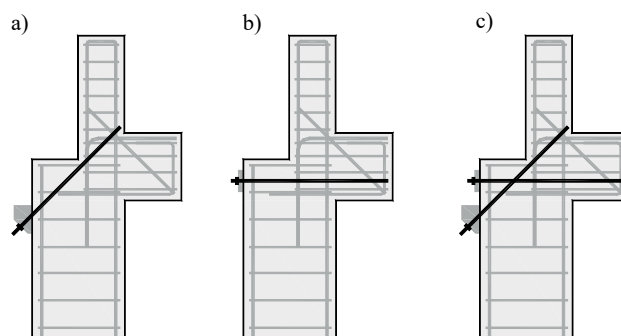


Fig. 6. Reinforcement arrangements for strengthening rods: a) diagonal; b) horizontal; c) diagonal and horizontal

Rys. 6. Układy zbrojenia wzmacniającego pręty: a) ukośne; b) poziome; c) ukośne i poziome

of stresses in the stirrups of 210 MPa (design yield strength) in the stirrups. For selected cases, an analysis of the effect of the load at which strengthening occurs was carried out, assuming 30% and 40% of the target load.

First, elements with diagonally bonded reinforcement were analysed. The possibility of using a single M20 bar (model designation M20s) or M24 bar (designation M24s) placed at an angle of 45° was considered. The model name also included information on the percentage of the design force applied before the element was strengthened: 30% – 46.2 kN, 40% – 61.6 kN, 50% – 77.0 kN. The load-bearing capacity results are presented in Figure 7, and the relationship between the stress in the strengthening rod and the force loading the column undercut is presented in Figure 8. The basic conclusion is that each of the presented models has a load-bearing capacity greater than the assumed loads. The elements were destroyed despite the lack of plastic strain of the strengthening rods. In addition, the effect of the force applied to the element before strengthening on the load-bearing capacity is noticeable. Both observations are related to the cause of destruction, which is the achievement

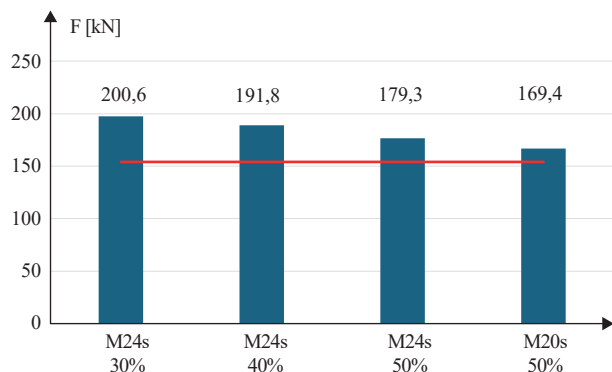


Fig. 7. The highest force value at which convergence is obtained in the strengthened models with diagonal reinforcement

Rys. 7. Największa wartość siły, przy której otrzymano zbieżność w modelach wzmocnionych zbrojeniem ukośnym

of significant concrete deformations leading to its crushing in the corner under the support, as shown in Figure 9.

The second type of reinforcement analysed was horizontal rods. Models were created to represent strengthening with one M24 rod (model designation M24p), two M20 rods (model designation 2M20p) and two M24 rods (model designation 2M24p). Assuming 50% of the load was applied before reinforcement and using a conservative calculation method (plastic strain of stirrups obtained upon reaching the design yield strength), the required load-bearing capacity of the element was not achieved. In the case of the strongest reinforcement, the effect of the load applied before strengthening was analysed, proving that strengthening at lower loads level can ensure sufficient load-bearing capacity of the element. The results concerning the load-bearing capacity are presented in Figure 10 and the relationship between the stress in the strengthening rods and the force loading the column undercut is presented in Figure 11. When the maximum force at which the model converged was reached, significant deformation of the con-

struktury w stanie przedawaryjnym, ze względu na znaczną szerokość rozwarcia rysy (ok. 1 mm, zakładając charakterystyczne dane dotyczące stali) oraz przekroczenie w strzemiionach naprężeń wynoszących 210 MPa (obliczeniowa granica plastyczności). W wybranych przypadkach przeprowadzono analizę wpływu obciążenia, przy którym następuje wzmocnienie, zakładając 30% i 40% obciążenia docelowego.

W pierwszej kolejności przeanalizowano elementy ze zbrojeniem wklejonym ukośnie. Rozważono możliwość wykorzystania jednego pręta M20 (oznaczenie modelu M20s) bądź M24 (oznaczenie M24s), umieszczonego pod kątem 45°. W nazwie modelu umieszczono również informację, jaki procent siły obliczeniowej został zadany przed wzmocnieniem elementu: 30% – 46,2 kN; 40% – 61,6 kN; 50% – 77,0 kN. Wyniki dotyczące nośności przedstawiono na rysunku 7, a zależność pomiędzy naprężeniem w pręcie wzmacniającym a siłą obciążającą podcięcie słupa na rysunku 8. Stwierdzono, że każdy z zaprezentowanych modeli charakteryzuje się nośnością większą od założonych obciążeń. Zniszczenie elementów następowało pomimo braku uplastycznienia prętów wzmacniających.

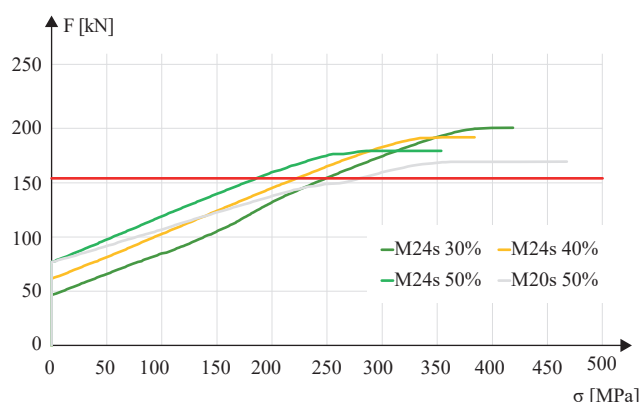


Fig. 8. Relationship between the stress in the reinforcing bar and the force acting on the column undercut

Rys. 8. Zależność pomiędzy naprężeniem w pręcie wzmacniającym a siłą obciążającą podcięcie słupa

nych. Ponadto zauważono wpływ siły przyłożonej do elementu przed wzmocnieniem na nośność. Obie obserwacje związane są z przyczyną zniszczenia, jaką jest osiągnięcie dużych odkształceń betonu prowadzących do jego zmiążdżenia w narożu pod wspornikiem, co pokazano na rysunku 9.

Drugim typem przeanalizowanego zbrojenia były pręty poziome. Wykonano modele odwzorowujące wzmocnienie jednym prętem M24 (oznaczenie modelu M24p), dwoma prętami M20 (oznaczenie modelu 2M20p) oraz dwoma prętami M24 (oznaczenie modelu 2M24p). Zakładając przyłożenie 50% obciążenia przed wzmocnieniem oraz konserwatywny sposób prowadzenia obliczeń (uplastycznienie strzemion przy osiągnięciu obliczeniowej granicy plastyczności), nie uzyskano wymaganej nośności elementu ze względu na obciążenia. W przypadku najsilniejszego zbrojenia przeanalizowano wpływ obciążenia przyłożonego przed wzmocnieniem, udowadniając, że wzmocnienie przy małych obciążeniach może zapewnić osiągnięcie wystarczającej nośności elementu. Wyniki dotyczące nośności przedstawiono na rysunku 10, a zależność po-

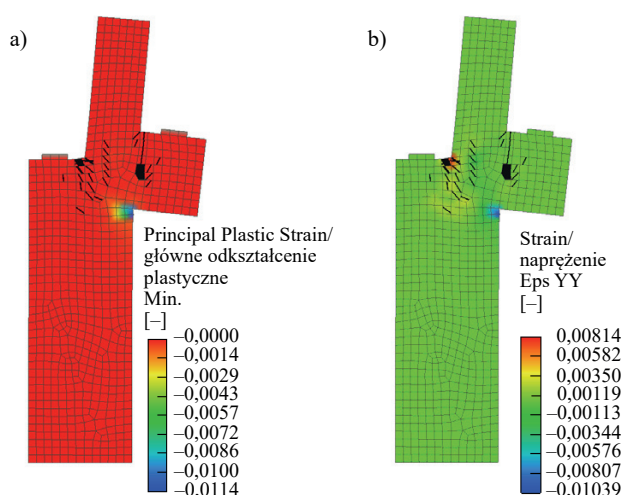


Fig. 9. Model M24s 50%: a) principal plastic strains (minimum values); b) strains in the Y direction

Rys. 9. Model M24s 50%: a) główne odkształcenia plastyczne (wartości minimalne); b) odkształcenia w kierunku Y

crete was observed (similar to that in elements strengthened with diagonal bars) and the yield strength of the reinforcement bars in the narrower part of the reinforced concrete column was reached, see Figure 12.

The third type of strengthened elements were those in which both horizontal and diagonal reinforcement was used. Models were made to represent strengthening using one horizontal and one diagonal M20 bar (model designation M20ps) and one horizontal and one diagonal M24 bar (model designation M24ps). In both cases, 50% of the load was applied before strengthening. As can be easily deduced from the calculations made earlier, in both cases sufficient load-bearing capacity was ensured to transfer the assumed loads, see Figure 13. It is worth mentioning that only in these models were stresses equal to the yield strength achieved in the strengthening rods, see Figure 14.

Comparing the effectiveness of the interventions, it can be concluded that the use of a single horizontal M24 rod increased the load-bearing capacity by 63% (M24p 50%), while the use of a diagonal direction increased it by 107% (M24s 50%). The

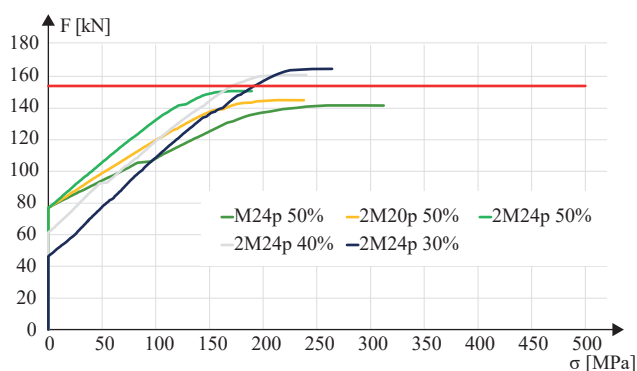


Fig. 11. Relationship between the stress in the strengthened rod and the force acting on the column undercut

Rys. 11. Zależność pomiędzy naprężeniem w pręcie wzmacniającym a siłą obciążającą podcięcie słupa

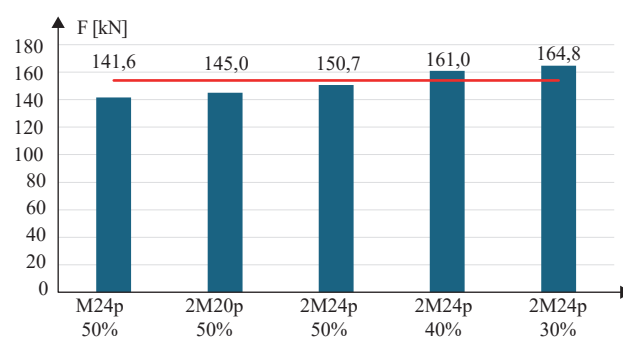


Fig. 10. The highest force value at which convergence was obtained in models strengthened with horizontal reinforcement

Rys. 10. Największa wartość siły, przy której otrzymano zbieżność w modelach wzmocnionych zbrojeniem poziomym

między naprężeniem w pręcie wzmacniającym a siłą obciążającą podcięcie słupa na rysunku 11. Przy osiągnięciu największej siły, przy której model był zbieżny, zaobserwowano znaczne odkształcenia w betonie (podobnie jak w elementach wzmocnionych prętami ukośnymi) oraz osiągnięcie granicy plastyczności prętów zbrojenia węższej części słupa żelbetowego (rysunek 12).

Trzecim typem były elementy wzmocnione, w których zastosowano zbrojenie zarówno poziome, jak i skośne. Wykonano modele odwzorowujące wzmocnienie z użyciem jednego pręta poziomego i jednego skośnego M20 (oznaczenie modelu M20ps) oraz jednego pręta poziomego i jednego skośnego M24 (oznaczenie modelu M24ps). W obu przypadkach założono przyłożenie 50% obciążenia przed wzmocnieniem. Jak łatwo wywnioskować, na podstawie wcześniej wykonanych obliczeń, w obu przypadkach zapewniono nośność wystarczającą do przeniesienia założonych obciążeń, (rysunek 13). Należy podkreślić, że jedynie w tych modelach osiągnięto w prętach wzmacniających naprężenia równe granicy plastyczności (rysunek 14).

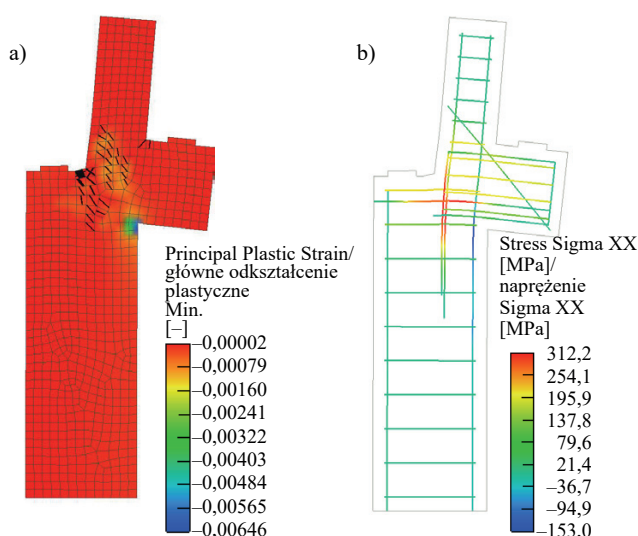


Fig. 12. Model 2M24p 50%: a) principal plastic strains (minimum values); b) normal stresses in reinforcement

Rys. 12. Model 2M24p 50%: a) główne odkształcenia plastyczne (wartości minimalne); b) naprężenia normalne w zbrojeniu

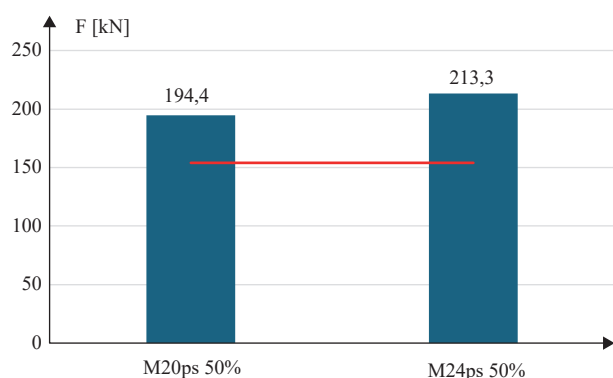


Fig. 13. The highest force value at which convergence was obtained in models strengthened with diagonal and horizontal rods reinforcement simultaneously

Rys. 13. Największa wartość siły, przy której otrzymano zbieżność w modelach wzmocnionych zbrojeniem ukośnym i poziomym jednocześnie

use of two horizontal M24 bars increased the load-bearing capacity by 74% (2M24p 50%), while the use of one horizontal and one diagonal element increased it by 146% (M24ps 50%). The significant effectiveness of the proposed strengthening results from supplementing the existing reinforcement deficits with rods with bond to concrete.

To sum up the section on our own calculations, it has been proven that the use of bonded reinforcement can significantly increase the load-bearing capacity of the described element. The most logical choice seems to be the simultaneous use of diagonal reinforcement (as the most effective) and horizontal strengthening reinforcement (in order to increase the reinforcement connecting the two parts of the structure). If it is not possible to use both types of reinforcement, under certain calculation assumptions it can be shown that one of them is sufficient, with diagonal reinforcement undoubtedly being more effective. A separate issue is the possibility of strengthening the element using external prestressing, as shown in [2 ÷ 3]. It seems that such a solution could be equally effective for this type of element. Due to the limited scope of the article, no calculation examples of such reinforcement were considered.

Summary

The article discusses the proposed method of reinforcing an element using CFRP fabric, as proposed in [1]. The disadvantages of this solution are discussed. Using the non-linear finite element method, the load-bearing capacity of the structure described in [1] was calculated, clearly indicating the load-bearing capacity deficit. Another type of strengthening using rods bonded to concrete is proposed, and the results of calculations confirming the effectiveness of the proposed solutions are presented. A separate issue is the discussion of the assumptions adopted for the calculations. Based on the available data, strengthening of the element is necessary due to the ultimate load-bearing capacity. A careful analysis of the static of the entire structure, in particular the way the elements are supported on the corbel and undercut, could provide arguments

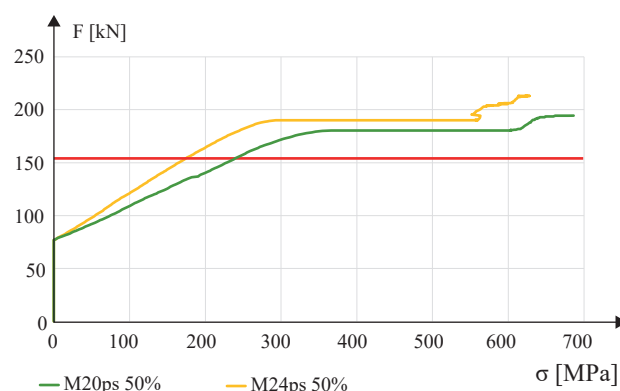


Fig. 14. Relationship between the stress in the diagonal strengthening rod and the force acting on the column undercut

Rys. 14. Zależność pomiędzy naprężeniem w skośnym pręcie wzmacniającym a siłą obciążającą podcięcie słupa

Porównując skuteczność podjętych interwencji, stwierdzono, że zastosowanie jednego poziomego pręta M24 spowodowało zwiększenie nośności o 63% (M24p 50%), natomiast przy wybraniu kierunku skośnego o 107% (M24s 50%). Wykorzystanie dwóch poziomych prętów M24 umożliwiło zwiększenie nośności o 74% (2M24p 50%), natomiast zastosowanie jednego elementu poziomo i jednego skośnie o 146% (M24ps 50%). Duża skuteczność zaproponowanych wzmocnień wynika z uzupełnienia istniejących deficytów zbrojenia za pomocą prętów z przyczepnością do betonu.

Na podstawie obliczeń własnych udowodniono, że stosując zbrojenie wklejane, można znacznie zwiększyć nośność opisanego elementu. Najbardziej logicznym wyborem wydaje się jednocześnie zastosowanie zbrojenia skośnego (jako najskuteczniej działającego) oraz poziomego (w celu zwiększenia zbrojenia łączącego ze sobą dwie części konstrukcji). W razie braku możliwości wykonania obu zbrojeń, przy pewnych założeniach obliczeniowych, można wykazać, że wystarczające jest jedno z nich (bez wątpienia skuteczniejsze jest zbrojenie ukośne). Osobnym zagadnieniem jest możliwość wzmocnienia elementu, stosując sprężenie zewnętrzne, tak jak pokazano w artykułach [2, 3]. Wydaje się, że takie rozwiązanie mogłoby być również skuteczne w przypadku ocenianego rodzaju wzmocnienia.

Podsumowanie

W artykule podjęto dyskusję dotyczącą sposobu wzmocnienia elementu za pomocą mat CFRP zaproponowanego w pracy [1]. Przedyskutowano wady takiego rozwiązania. Wykorzystując nieliniową metodę elementów skończonych, obliczono nośność fragmentu konstrukcji opisanego w [1], dzięki czemu wskazano wielkość deficytu nośności. Zaproponowano inny rodzaj wzmocnienia z wykorzystaniem prętów wklejanych do betonu i zaprezentowano wyniki obliczeń potwierdzających skuteczność proponowanych rozwiązań. Osobną kwestią jest dyskusja na temat założeń przyjętych do obliczeń. Na podstawie posiadanych danych wzmocnienie elementu jest konieczne, ze względu na stan graniczny nośności. Staranne przeanalizowanie sposobu pracy całej konstruk-

for the conclusion that the horizontal force on the bracket is lower than that resulting from the standard assumptions (this could be the case if horizontal displacement freedom is ensured at the point of support on the column). In such a situation, the way the element works is definitely different from what's been shown, and so the conclusions about load-bearing capacity and reinforcement could be completely different.

cji, a szczególnie sposobu oparcia elementów na wsporniku i podcięciu, mogłoby dostarczyć argumentów za stwierdzeniem, że siła pozioma na wsporniku jest mniejsza niż wynika to z założeń normowych (mogłoby tak być w przypadku zapewnienia swobody przemieszczeń poziomych w miejscu oparcia na słupie). W takiej sytuacji sposób pracy elementu jest zdecydowanie inny od zaprezentowanego, a co się z tym wiąże wnioski dotyczące nośności i wzmacniania mogłyby być zupełnie odmienne.

Received: 04.03.2025

Revised: 12.05.2025

Published: 21.08.2025

Artykuł wpłynął do redakcji: 04.03.2025 r.

Otrzymano poprawiony po recenzjach: 12.05.2025 r.

Opublikowano: 21.08.2025 r.

Literature

- [1] Musiał M. Analiza głowicy słupa żelbetowego metodą S-T w celu ustalenia przyczyn zarysowania Materiały Budowlane 2024; 3(619): 23–26
- [2] Nagrodzka-Godycka K. Wsporniki żelbetowe. Badania, teoria, projektowanie. Monografia nr 21. Gdańsk: Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej; 2001.
- [3] Nagrodzka-Godycka K. Behavior of corbels with external prestressing bars—Experimental study Structural Journal 96 (6), 1033–1039.
- [4] Krawczyk Ł Wzmacnianie krótkich wsporników żelbetowych zbrojeniem wklejanym, praca doktorska 2017.
- [5] Urban T, Krawczyk Ł, Gołdyn M. Badania krótkich wsporników żelbetowych wzmacnianych zbrojeniem wklejanym i stalowymi akcesoriami. Badania doświadczalne elementów i konstrukcji betonowych 2019; <https://doi.org/10.34658/kbb.2019.22>.

- [6] Urban T, Gołdyn M. Wzmacnianie konstrukcji żelbetowych metodami tradycyjnymi. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN; 2024.
- [7] Corry R, Dolan Ch. Strengthening and Repair of a Column Bracket Using a Carbon Fiber Reinforced Polymer (CFRP) Fabric 2001; <https://doi.org/10.15554/pcij.01012001.54.63>.
- [8] Červenka J., Jendele L., Červenka V.: ATENA Program Documentation Part I Theory. Cervenka Consulting, Praga 2020
- [9] PN-B-03264: 1999. Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone.
- [10] fib Model Code 2010, 2012, Model Code 2010. Final draft