

Influence of Bayesian Network Structure on Corrosion Risk Assessment of Steel Reinforcement in Concrete

Wpływ struktury sieci bayesowskich na ocenę zagrożenia korozją stalowego zbrojenia w betonie

DOI: 10.15199/33.2025.08.01

Abstract: Four Bayesian network models (SB-1, SB-2a, SB-2b, SB-2c) for assessing reinforcement corrosion probability in concrete were compared. Seven corrosion parameters were considered: potential; resistivity; chlorides; pH; corrosion current; charge transfer resistance; cracking. Monte Carlo simulations for three threat scenarios (low, medium, high) demonstrated the superiority of model SB-2c – highest accuracy and flexibility. Model SB-2c was identified as optimal for corrosion diagnostics of reinforced concrete.

Keywords: concrete structures; corrosion of reinforcement; diagnostics; criteria for assessing corrosion in reinforced concrete; Bayesian networks.

Streszczenie: Porównano cztery modele sieci bayesowskich (SB-1, SB-2a, SB-2b, SB-2c) oceniające prawdopodobieństwo korozji zbrojenia w betonie. Uwzględniono siedem parametrów korozyjnych: potencjał; rezystywność; chlorki; pH; prąd korozyjny; opór przeniesienia ładunku; zarysowanie. Symulacje Monte Carlo dotyczące trzech scenariuszy zagrożenia (niskie, średnie, wysokie) wykazały przewagę modelu SB-2c – największą dokładność i elastyczność. Wskazano model SB-2c jako optymalny w diagnostyce korozyjnej żelbetu.

Słowa kluczowe: konstrukcje betonowe; korozja zbrojenia; diagnostyka; kryteria oceny korozji w żelbecie; sieci bayesowskie.

Bayesian networks, also referred to as belief networks, are probabilistic graphical models based on Bayes' theorem, formulated by Thomas Bayes in the 18th century [1]. The modern approach to Bayesian networks was developed by Judea Pearl [2] in the 1980s, enabling the formalization of conditional inference and initiating their widespread application [3÷5]. The models are constructed in the form of directed acyclic graphs, where nodes represent variables and arrows denote cause-and-effect relationships, established on the basis of conditional probability tables. Such a structure allows for the integration of expert knowledge with empirical data, which is invaluable in the analysis of complex systems.

Bayesian networks have found applications in, among others, medical diagnostics, economics, production process management, and engineering, where they are used for analyzing the technical condition of structures [1, 6, 7]. In the context of assessing the corrosion risk of reinforced concrete structures, these networks enable a probabilistic determination of risk based on key parameters, such as the degree of carbonation, chloride content, concrete cover thickness, moisture, and temperature [8, 9]. These methods, supported by learning algorithms, allow for the dynamic updating of the model based on new measurement data, significantly improving the forecasting of corrosion initiation and the planning of maintenance actions. Furthermore, the application

Sieci bayesowskie, zwane także sieciami przekonań, stanowią probabilistyczne modele graficzne oparte na twierdzeniu Bayesa, sformułowanym przez Thomasa Bayesa w XVIII wieku [1]. Nowoczesne podejście do sieci bayesowskich rozwinął Judea Pearl [2] w latach osiemdziesiątych XX wieku, co umożliwiło formalne ujęcie wnioskowania warunkowego i zapoczątkowało ich powszechne zastosowanie [3÷5]. Modele budowane są w formie acyklicznych grafów skierowanych, gdzie węzły reprezentują zmienne, a strzałki – zależności przyczynowo-skutkowe ustalone na podstawie tablic prawdopodobieństw warunkowych. Taka struktura pozwala na łączenie wiedzy eksperckiej z danymi empirycznymi, co jest nieocenione w analizie złożonych systemów.

Sieci bayesowskie znalazły zastosowanie m.in. w diagnostyce medycznej, ekonomii, zarządzaniu procesami produkcyjnymi oraz w inżynierii, gdzie wykorzystywane są do analizy stanów technicznych obiektów [1, 6, 7]. W kontekście oceny zagrożenia korozją konstrukcji żelbetowych, sieci te umożliwiają probabilistyczne określenie ryzyka na podstawie istotnych parametrów, takich jak stopień karbonatyzacji, zawartość chlorków, grubość otuliny, wilgotność czy temperatura betonu [8, 9]. Metody te, wspierane przez algorytmy uczenia, pozwalają na dynamiczne aktualizowanie modelu na podstawie nowych danych pomiarowych, co znacznie usprawnia prognozowanie inicjacji korozji i planowanie działań konserwacyjnych. Dodatkowo, zastosowanie sieci bayesowskich umożliwia przeprowadzenie analizy

¹⁾ Politechnika Śląska, Wydział Budownictwa; mariusz.jasniok@polsl.pl

of Bayesian networks enables sensitivity analysis, which identifies the factors having a decisive impact on structural degradation.

Bayesian Network Models for Corrosion Diagnostics of Reinforced Concrete

Four Bayesian network models, denoted as SB-1, SB-2a, SB-2b, and SB-2c, were developed with the aim of estimating the probability of reinforcement corrosion occurrence in concrete based on seven parameters: reinforcement corrosion potential E , concrete cover resistivity R , chloride content in concrete Cl , pH of concrete pore solution, corrosion current density I_k in the reinforcement, charge transfer resistance R_t at the interface between the reinforcing steel and the concrete pore solution, and the relative crack depth in concrete G/c . The first six of these parameters can be regarded as key corrosion characteristics that may be considered reliable indicators in professionally conducted diagnostics of reinforced concrete structures [10, 11]. The relative parameter G/c (the ratio of crack depth G to concrete cover thickness c), introduced into the models, is also of substantial importance in accelerating the degradation processes of reinforcement in concrete.

The nodes of the constructed Bayesian network models SB-1, SB-2a, SB-2b, and SB-2c were grouped into logical blocks to enable hierarchical analysis and aggregation of diagnostic information. The structures of the four developed Bayesian network models are presented in Figure 1. The diagrams illustrate the manner in which the input nodes are connected into blocks and how the results of these blocks are aggregated to obtain the final indicator $P(\text{corr})$, representing the probability of reinforcement corrosion occurrence in concrete.

wrażliwości, która wskazuje czynniki mające kluczowy wpływ na degradację konstrukcji.

W artykule podjęto próbę analizy, w jaki sposób struktura oraz współczynniki eksperckie w sieciach bayesowskich mających taką samą liczbę węzłów (parametrów) wpływają na ocenę ryzyka korozji zbrojenia w betonie.

Modele sieci bayesowskich do diagnostyki korozyjnej żelbetu

Zbudowano cztery modele bayesowskie oznaczone symbolami SB-1, SB-2a, SB-2b oraz SB-2c, których celem było oszacowanie prawdopodobieństwa wystąpienia korozji zbrojenia w betonie na podstawie siedmiu parametrów: potencjału korozyjnego zbrojenia E ; rezystywności betonu otuliny R ; zawartości chlorków w betonie Cl ; odczynu cieczy porowej betonu pH ; gęstości prądu korozyjnego I_k w zbrojeniu; oporu przeniesienia ładunku R_t na granicy faz stal zbrojeniowa – ciecz porowa betonu oraz względnej głębokości zarysowania betonu G/c . Wymienione pierwsze 6 parametrów to kluczowe charakterystyki korozyjne, które można traktować jako miarodajne w profesjonalnie prowadzonej diagnostyce stanu konstrukcji żelbetowych [10, 11]. Wprowadzony do modeli parametr względny G/c (iloraz głębokości rysy G i grubości otuliny c) ma również bardzo istotne znaczenie w akceleracji procesów degradacyjnych zbrojenia w betonie.

Węzły zbudowanych modeli bayesowskich SB-1, SB-2a, SB-2b, SB-2c pogrupowano w logiczne bloki w celu umożliwienia hierarchicznej analizy i agregacji informacji diagnostycznych. Strukturę zbudowanych czterech modeli sieci bayesowskich pokazano na rysunku 1. W diagramach przedstawiono sposób, w jaki węzły wejściowe łączą się w bloki oraz jak wyniki tych bloków są agregowane, aby uzyskać końcowy wskaźnik $P(kor)$ określający prawdopodobieństwo wystąpienia korozji zbrojenia w betonie.

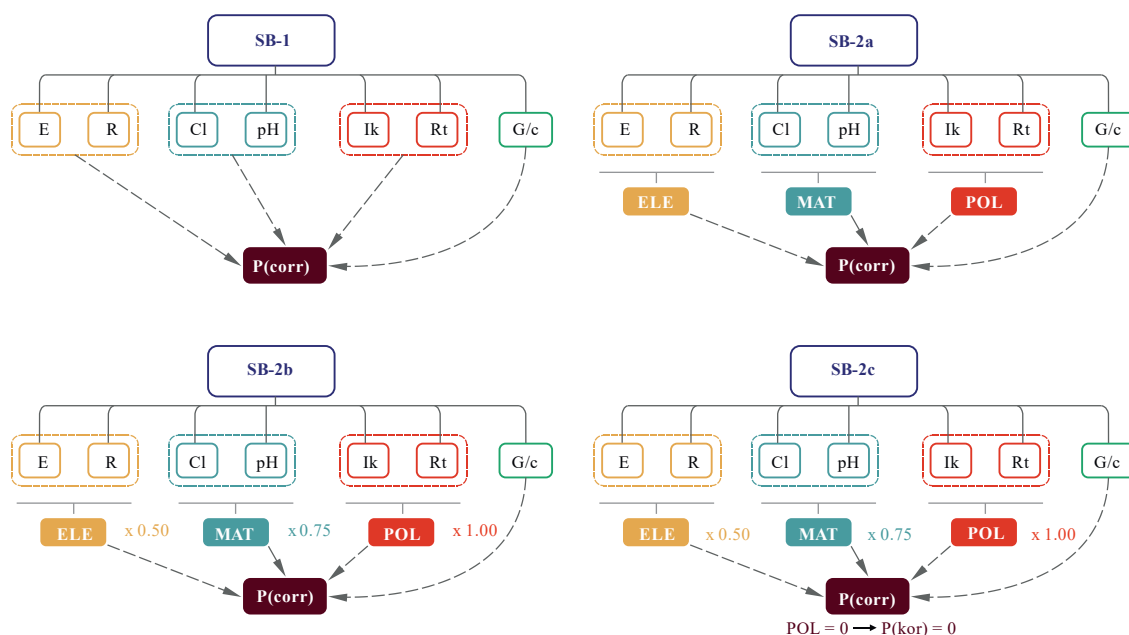


Fig. 1. Developed Bayesian network models for assessing reinforcement corrosion probability in concrete

Rys. 1. Zbudowane modele sieci bayesowskich do oceny prawdopodobieństwa korozji zbrojenia w betonie

In the first **model, SB-1**, each input parameter is represented separately, and the final corrosion probability is determined according to equation (1) based on the *noisy-OR* rule [2], which simplifies the modelling of the influence of multiple independent causes on the occurrence of a given effect in Bayesian networks.

$$P_{SB-1}(\text{corr}) = 1 - \prod_{X \in \{P(E), P(R), P(Cl), P(pH), P(Ik), P(Rt), P(G)\}} (1 - X) \quad (1)$$

Model SB-2a assumes the grouping of parameters into three blocks. The first block of electrochemical measurements, *ELE*, includes the nodes $P(E)$ and $P(R)$, while the second block concerns material testing, *MAT*, and combines the criteria $P(Cl)$ and $P(pH)$. The third block of polarization measurements, *POL*, relates to the corrosion rate of reinforcement in concrete, integrating information from $P(Ik)$ and $P(Rt)$. In addition, the ungrouped node G characterizes the effect of concrete cracking on the corrosion of steel reinforcement. The equations presented as formula (2) describe the method for determining the probability of corrosion occurrence within individual blocks,

$$\begin{aligned} ELE_{SB-2a} &= 1 - (1 - P(E))(1 - P(R)) \\ MAT_{SB-2a} &= 1 - (1 - P(Cl))(1 - P(pH)) \\ POL_{SB-2a} &= 1 - (1 - P(Ik))(1 - P(Rt)) \\ G &= P(G) \end{aligned} \quad (2)$$

while formula (3) defines the final corrosion probability value in accordance with the SB-2a model

$$P_{SB-2a}(\text{corr}) = 1 - (1 - ELE_{SB-2a})(1 - MAT_{SB-2a})(1 - POL_{SB-2a})(1 - G) \quad (3)$$

In the **SB-2b model**, in order to account for differences in the significance of individual blocks, expert-defined reduction coefficients were introduced, based on laboratory research experience and *in situ* measurements. The *ELE* block was scaled by a coefficient of 0.50, the *MAT* block by a coefficient of 0.75, while the *POL* block was left without any reduction (coefficient 1.00). Taking into account the described modifications, the formulas for corrosion probability in the individual blocks take the form of equation (4)

$$\begin{aligned} ELE_{SB-2b} &= 0,50 \cdot ELE_{SB-2a} \\ MAT_{SB-2b} &= 0,75 \cdot ELE_{SB-2a} \\ POL_{SB-2b} &= 1,00 \cdot POL_{SB-2a} \\ G &= P(G) \end{aligned} \quad (4)$$

while the final formula for corrosion probability in the SB-2b model can be expressed by equation (5)

$$P_{SB-2b}(\text{corr}) = 1 - (1 - ELE_{SB-2b})(1 - MAT_{SB-2b})(1 - POL_{SB-2b})(1 - G) \quad (5)$$

W pierwszym **modelu SB-1** każdy z parametrów wejściowych reprezentowany jest oddzielnie, a końcowe prawdopodobieństwo korozji wyznacza się wg wzoru (1), zgodnie z regułą *noisy-OR* [2], która upraszcza modelowanie wpływu wielu niezależnych przyczyn na wystąpienie danego efektu w sieciach bayesowskich.

$$P_{SB-1}(\text{kor}) = 1 - \prod_{X \in \{P(E), P(R), P(Cl), P(pH), P(Ik), P(Rt), P(G)\}} (1 - X) \quad (1)$$

Model SB2-a zakłada grupowanie parametrów w trzy bloki. Pierwszy blok pomiarów elektrochemicznych *ELE* obejmuje węzły $P(E)$ oraz $P(R)$, natomiast drugi blok dotyczy badań materiałowych *MAT* i łączy kryteria $P(Cl)$ i $P(pH)$. Trzeci blok pomiarów polaryzacyjnych *POL* wiąże się z szybkością korozji zbrojenia w betonie, integrując informacje z $P(Ik)$ i $P(Rt)$. Ponadto niezgrupowany węzeł G charakteryzuje wpływ zarysowania betonu na korozję stalowego zbrojenia. Zestawione w formie wzoru (2) formuły ujmują sposób wyznaczenia prawdopodobieństwa wystąpienia korozji w ramach poszczególnych bloków

$$\begin{aligned} ELE_{SB-2a} &= 1 - (1 - P(E))(1 - P(R)) \\ MAT_{SB-2a} &= 1 - (1 - P(Cl))(1 - P(pH)) \\ POL_{SB-2a} &= 1 - (1 - P(Ik))(1 - P(Rt)) \\ G &= P(G) \end{aligned} \quad (2)$$

Formuła (3) określa natomiast wartość końcową prawdopodobieństwa korozji zgodnie z modelem SB-2a

$$P_{SB-2a}(\text{kor}) = 1 - (1 - ELE_{SB-2a})(1 - MAT_{SB-2a})(1 - POL_{SB-2a})(1 - G) \quad (3)$$

W **modelu SB-2b**, w celu uwzględnienia różnic w istotności poszczególnych bloków, wprowadzono eksperckie współczynniki redukcyjne bazujące na doświadczeniach laboratoryjnych oraz pomiarach *in situ*. Blok *ELE* został przeskalowany współczynnikiem 0,50, blok *MAT* – współczynnikiem 0,75, natomiast blok *POL* pozostawiono bez żadnej redukcji (współczynnik 1,00). Uwzględniając opisane modyfikacje, formuły na prawdopodobieństwo korozji w poszczególnych blokach przyjmują postać (4)

$$\begin{aligned} ELE_{SB-2b} &= 0,50 \cdot ELE_{SB-2a} \\ MAT_{SB-2b} &= 0,75 \cdot ELE_{SB-2a} \\ POL_{SB-2b} &= 1,00 \cdot POL_{SB-2a} \\ G &= P(G) \end{aligned} \quad (4)$$

a końcowy wzór na prawdopodobieństwo korozji w modelu SB-2b można określić zależnością (5)

$$P_{SB-2b}(\text{kor}) = 1 - (1 - ELE_{SB-2b})(1 - MAT_{SB-2b})(1 - POL_{SB-2b})(1 - G) \quad (5)$$

The third model, SB-2c, retains the structure of SB-2b but incorporates a decisive condition not previously present in any of the models, based on a realistic assessment of the instantaneous risk of reinforcement corrosion in concrete. According to this condition, if the resulting probability value of the *POL* block equals 0 – meaning that polarization measurements (e.g., *LPR*, *EIS*, *GP*) indicate a corrosion rate corresponding to the passive state – then $P(\text{corr}) = 0$ is assumed. Otherwise, the final corrosion probability is determined using the *noisy-OR* rule according to equation (6).

$$P_{\text{SB-2c}}(\text{corr}) = \begin{cases} 0 & \rightarrow POL_{\text{SB-2b}} = 0 \\ 1 - (1 - ELE_{\text{SB-2b}})(1 - MAT_{\text{SB-2b}})(1 - POL_{\text{SB-2b}})(1 - G) & \rightarrow POL_{\text{SB-2b}} > 0 \end{cases} \quad (6)$$

Trzeci **model SB-2c** zachowuje strukturę SB2b z uwzględnieniem niewystępującego wcześniej w żadnym modelu warunku decydującego, bazującego na realnej ocenie chwilowego zagrożenia korozją zbrojenia w betonie. Zgodnie ze zdefiniowanym warunkiem, jeżeli wartość wynikowego prawdopodobieństwa bloku *POL* wynosi 0, czyli na podstawie pomiarów polaryzacyjnych (np. *LPR*, *EIS*, *GP*) stwierdza się szybkość korozji zbrojenia wskazującą na stan pasywny, to przyjmuje się $P(\text{kor}) = 0$. W przeciwnym przypadku końcowe prawdopodobieństwo korozji wyznaczane jest regułą *noisy-OR* wg wzoru (6).

$$P_{\text{SB-2c}}(\text{kor}) = \begin{cases} 0 & \rightarrow POL_{\text{SB-2b}} = 0 \\ 1 - (1 - ELE_{\text{SB-2b}})(1 - MAT_{\text{SB-2b}})(1 - POL_{\text{SB-2b}})(1 - G) & \rightarrow POL_{\text{SB-2b}} > 0 \end{cases} \quad (6)$$

The diagnostic criteria related to the influence of each parameter on corrosion risk, i.e., the so-called conditional probability tables (*CPT – Corrosion Probability Thresholds*), are presented in Figures 2. The figures include both the relationships between the input variable and the value of the *CPT* function in the form of graphs, as well as in the form of formulas, which facilitates the rapid interpretation of the influence of individual criteria on the probability of corrosion occurrence.

Kryteria diagnostyczne związane z wpływem każdego z parametrów na zagrożenie korozją, czyli tzw. tablice prawdopodobieństw warunkowych CPT (*Corrosion Probability Thresholds*), zostały przedstawione na rysunku 2. Umieszczono na nim zarówno zależności pomiędzy zmienną wejściową a wartością funkcji CPT w formie wykresów, a także w formie wzorów, co ułatwia szybką interpretację wpływu poszczególnych kryteriów na prawdopodobieństwo wystąpienia korozji.

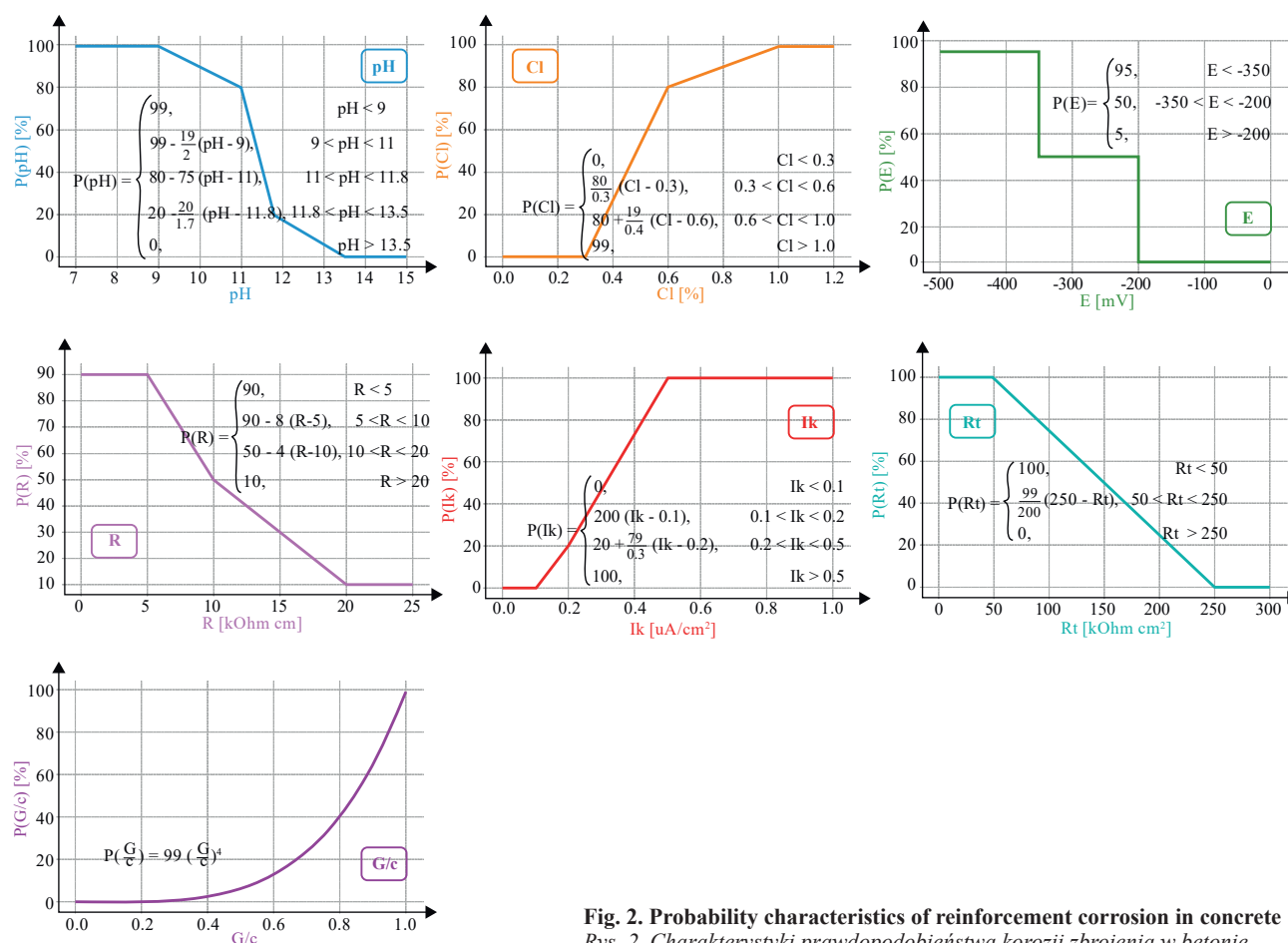


Fig. 2. Probability characteristics of reinforcement corrosion in concrete
Rys. 2. Charakterystyki prawdopodobieństwa korozji zbrojenia w betonie

Analysis of the Developed Bayesian Network Models

Corrosion Parameters and Simulation Procedure. To objectively assess the effectiveness of the Bayesian network models SB-1, SB-2a, SB-2b, and SB-2c in predicting the probability of reinforcement corrosion in concrete, the *Monte Carlo* simulation method was applied. This method, widely used in the analysis of complex probabilistic systems, involves repeatedly generating random values of input parameters according to defined probability distributions, followed by statistical analysis of the obtained results [12].

The Monte Carlo method is particularly useful for analyzing Bayesian network models due to its ability to efficiently explore multidimensional parameter spaces and quantify model uncertainty [13]. In the context of predicting reinforcement corrosion in concrete, *Monte Carlo* simulation enables a comprehensive evaluation of model performance under various environmental scenarios, represented by different ranges of input parameters. This approach makes it possible to identify the strengths and weaknesses of each of the analyzed Bayesian networks.

For the purpose of systematically evaluating the models, three scenarios were defined, corresponding to different levels of corrosion risk: LOW, MEDIUM, and HIGH probability of corrosion. Table specifies the respective ranges of the seven key corrosion parameters for each scenario.

The sampling process in the applied *Monte Carlo* method involved drawing parameter values from the specified ranges, assuming a uniform distribution within each range. For each scenario, 10,000 random parameter sets were generated, ensuring a sufficiently large sample size to obtain statistically stable results [14].

For each generated parameter set, the probability of corrosion was calculated for the four analyzed models – SB-1, SB-2a, SB-2b, and SB-2c – according to the defined mathematical formulas.

Results of the Comparative Analysis. To perform a comparative evaluation of the models, a statistical analysis of the obtained probability distributions was conducted. Figure 3 presents a comparison of the mean corrosion probability values obtained using each of the models for the three analyzed corrosion scenarios.

In the case of the LOW corrosion probability scenario, significant differences were observed between the models. Models SB-1 and SB-2a yield identical mean values at the level of 18.8%, while model SB-2b indicates a corrosion probability of approximately 14.4%, and model SB-2c shows the lowest probability – 7.0%. For the MEDIUM cor-

Analiza zbudowanych modeli sieci bayesowskich

Parametry korozyjne i procedura symulacyjna. W celu obiektywnej oceny skuteczności modeli bayesowskich SB-1, SB-2a, SB-2b i SB-2c w predykcji prawdopodobieństwa korozji zbrojenia w betonie zastosowano symulację Monte Carlo. Metoda ta, powszechnie stosowana w analizie złożonych systemów probabilistycznych, polega na wielokrotnym generowaniu losowych wartości parametrów wejściowych wg określonych rozkładów prawdopodobieństwa, a następnie analizie statystycznej uzyskanych wyników [12].

Metoda Monte Carlo jest szczególnie przydatna w przypadku analizy modeli bayesowskich ze względu na jej zdolność do efektywnego badania wielowymiarowych przestrzeni parametrów oraz kwantyfikacji niepewności modeli [13]. W kontekście predykcji korozji zbrojenia w betonie, symulacja Monte Carlo pozwala na kompleksową ocenę zachowania modeli w różnych scenariuszach środowiskowych, reprezentowanych przez różne zakresy parametrów wejściowych, co umożliwia identyfikację mocnych i słabych stron każdej z analizowanych sieci bayesowskich.

W celu systematycznej oceny modeli, zdefiniowano trzy scenariusze odpowiadające różnym poziomom zagrożenia korozyjnego: NISKIE, ŚREDNIE i WYSOKIE prawdopodobieństwo korozji. W tabeli określono odpowiednie zakresy siedmiu kluczowych parametrów korozyjnych w przypadku każdego scenariusza.

Proces próbkowania w zastosowanej metodzie Monte Carlo polegał na losowaniu wartości parametrów z podanych zakresów przy założeniu rozkładu równomiernego wewnątrz każdego zakresu. W przypadku każdego scenariusza wygenerowano 10 000 losowych zestawów parametrów, co zapewniło wystarczającą wielkość próby do uzyskania stabilnych statystycznie wy-

Corrosion parameter ranges adopted in the comparative analysis of Bayesian network models using the Monte Carlo method
Przedziały parametrów korozyjnych przyjęte w analizie porównawczej modeli sieci bayesowskich, z zastosowaniem metody Monte Carlo

Parameters/ Parametry	Probability of corrosion/Prawdopodobieństwo korozji		
	LOW/ NISKIE	MEDIUM/ ŚREDNIE	HIGH/ WYSOKIE
E [mV]	[-200; 0]	[-350; -200]	[-500; -350]
R [kOhm·cm]	[20; 30]	[10; 20]	[1; 10]
pH	[13; 14]	[11.5; 13]	[9; 11.5]
Cl [%]	[0; 0.35]	[0.35; 0.50]	[0.50; 1.00]
Ik [μ A/cm ²]	[0.01; 0.15]	[0.15; 0.30]	[0.30; 1.00]
Rt [kOhm·cm ²]	[235; 300]	[125; 235]	[25; 125]
G/c	[0; 0.2]	[0.2; 0.7]	[0.7; 1.0]

ników [14]. Stosując każdy wygenerowany zestaw parametrów, obliczono prawdopodobieństwo korozji czterech analizowanych modeli: SB-1, SB-2a, SB-2b i SB-2c, zgodnie ze zdefiniowanymi formułami matematycznymi.

Wyniki analizy porównawczej. W celu oceny porównawczej modeli przeprowadzono analizę statystyczną uzyskanych rozkładów prawdopodobieństwa. Rysunek 3 przedstawia porównanie średnich wartości prawdopodobieństwa korozji uzyskanych za pomocą poszczególnych modeli w przypadku trzech analizowanych scenariuszy korozyjnych.

W przypadku NISKIEGO prawdopodobieństwa korozji zaobserwowano znaczną różnicę między modelami. Modele SB-1 i SB-2a dają identyczne wartości średnie na poziomie 18,8%, model SB-2b wskazuje na prawdopodobieństwo korozji rzędu 14,4%, natomiast model SB-2c wykazuje najmniejsze praw-

rosion probability scenario, models SB-1 and SB-2a again produce identical results (91.4%), whereas models SB-2b and SB-2c indicate lower probabilities (80.0%). In the HIGH corrosion probability scenario, all models predict an almost certain occurrence of corrosion, with probability values close to 100% (SB-1/SB-2a: 100.0%, SB-2b/SB-2c: 99.9%).

Moreover, for the LOW corrosion probability scenario, model SB-2c exhibits not only the lowest mean value but also the highest standard deviation (7.36%) and a substantial frequency (49.14%) of values close to zero ($P < 0.05$). For the MEDIUM corrosion probability scenario, models SB-2b and SB-2c are characterized by greater dispersion of results (standard deviation 6.51%) compared to models SB-1/SB-2a (3.47%). In the HIGH corrosion probability scenario, all models show minimal variability, and all results exceed the value $P = 0.95$.

Influence of Model Input Parameters on the Prediction of Reinforcement Corrosion. To evaluate the impact of individual model parameters on the prediction of reinforcement corrosion, a parameter elimination technique was applied. This method is based on systematically assessing the influence of each input parameter on the final probability value by sequentially removing individual parameters and observing the decrease in the predicted probability of reinforcement corrosion in concrete. Mathematically, this can be expressed by equation (7).

$$\Delta P(\text{corr}) = \frac{P(\text{corr})_{\text{full}} - P(\text{corr})_{\text{red}}}{P(\text{corr})_{\text{full}}} \cdot 100\% \quad (7)$$

where:

$P(\text{corr})_{\text{full}}$ denotes the corrosion probability obtained when all parameters are taken into account, $P(\text{corr})_{\text{red}}$ denotes the corrosion probability of the reduced model, i.e., after removing the parameter or parameters under examination.

The analysis was conducted to determine the influence of seven key input parameters (E , R , pH , Cl , Ik , Rt , G/c) on the prediction of reinforcement corrosion probability in concrete for the Bayesian network models SB-1, SB-2a, SB-2b, and SB-2c under three different corrosion scenarios. The study revealed significant relationships between the input parameters and the final corrosion probability, which vary considerably depending on the scenario considered.

As shown in Figure 4, the importance of individual parameters exhibits a clear scenario-dependent trend. In the LOW

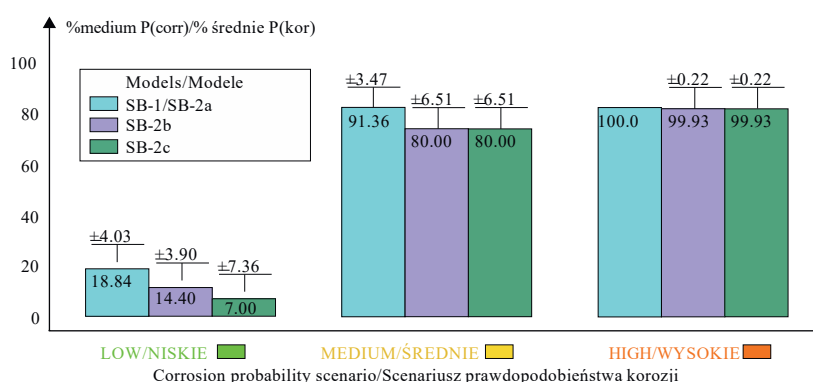


Fig. 3. Summary of statistics for the analyzed Bayesian models based on Monte Carlo simulations

Rys. 3. Podsumowanie statystyk dotyczących analizowanych modeli bayesowskich na podstawie symulacji Monte Carlo

podobieństwa korozji wszystkie modele przewidują pewne wystąpienie korozji, z wartościami prawdopodobieństwa bliskimi 100% (SB-1/SB-2a – 100,0%, SB-2b/SB-2c – 99,9%).

Ponadto w przypadku NISKIEGO prawdopodobieństwa korozji, model SB-2c wykazuje nie tylko najniższą średnią wartość, ale także największe odchylenie standardowe (7,36%) oraz dużą częstość (49,14%) wartości bliskich zeru ($P < 0,05$). W przypadku ŚREDNIEGO prawdopodobieństwa korozji, modele SB-2b i SB-2c charakteryzują się większym rozproszeniem wyników (odchylenie standardowe 6,51%) niż modele SB-1/SB-2a (3,47%). W scenariuszu WYSOKIEGO prawdopodobieństwa korozji wszystkie modele mają minimalną zmienność i wszystkie wyniki przekraczają wartość $P = 0,95$.

Wpływ parametrów wejściowych modeli na predykcję korozji zbrojenia. W celu oceny wpływu poszczególnych parametrów modeli na predykcję korozji zbrojenia zastosowano technikę eliminacji parametrów. Bazuje ona na systematycznym badaniu wpływu poszczególnych parametrów wejściowych na końcową wartość prawdopodobieństwa przez sekwencyjne usuwanie pojedynczych parametrów i obserwację spadku prawdopodobieństwa korozji zbrojenia w betonie. Matematycznie można to opisać formułą (7)

$$\Delta P(kor) = \frac{P(kor)_{\text{full}} - P(kor)_{\text{red}}}{P(kor)_{\text{full}}} \cdot 100\% \quad (7)$$

w której:

$P(kor)_{\text{full}}$ – prawdopodobieństwo korozji uzyskane z uwzględnieniem wszystkich parametrów;

$P(kor)_{\text{red}}$ – prawdopodobieństwo korozji modelu zredukowanego, czyli po usunięciu badanego parametru lub parametrów.

Przeprowadzona analiza miała na celu określenie wpływu siedmiu kluczowych parametrów wejściowych (E , R , pH , Cl , Ik , Rt , G/c) na predykcję prawdopodobieństwa korozji zbrojenia w betonie w przypadku modeli bayesowskich SB-1, SB-2a, SB-2b i SB-2c w trzech różnych scenariuszach korozyjnych. Badanie ujawniło istotne zależności między parametrami wejściowymi a końcowym prawdopodobieństwem korozji, które różnią się znacznie w zależności od rozpatrywanego scenariusza. Jak pokazano na rysunku 4, ważność pojedynczych parametrów wykazuje wyraźny trend zależny od scenariusza. W przy-

dopodobieństwo – 7,0%. W przypadku scenariusza ŚREDNIEGO prawdopodobieństwa korozji, modele SB-1 i SB-2a ponownie dają identyczne wyniki (91,4%), podczas gdy modele SB-2b i SB-2c wskazują na prawdopodobieństwo 80,0%. W przypadku WYSOKIEGO prawdo-

corrosion probability scenario, the dominant role is played by the parameter I_k (corrosion current density), whose influence amounts to 42.5% of the maximum $P(\text{corr})$ in the SB-1/SB-2a models and as much as 68.4% in the SB-2c model. The electrochemical potential E also plays a significant role

(29.2–35.4%), while the remaining parameters have a relatively minor impact, below 10%. In the MEDIUM probability scenario, a more balanced distribution of parameter importance is observed, although I_k still remains the most significant factor (31.8–32.6%). The most noteworthy pattern occurs in the HIGH corrosion probability scenario, where all parameters reach high importance levels exceeding 35% of the maximum $P(\text{corr})$, indicating a substantial change in the nature of the corrosion process.

Figure 5 illustrates a pronounced increase in the importance of certain parameters between the LOW and HIGH corrosion probability scenarios. The strongest increases were recorded for chloride content (Cl , +848%), charge transfer resistance (R_t , +772%), and concrete resistivity (R , +392%). A relatively smaller, yet still significant, increase was observed for concrete pH (+246%) and relative crack depth (G/c , +206%). The parameters least sensitive to scenario changes were those that already had high importance in the LOW probability scenario – namely, corrosion current density (I_k , +61%) and reinforcement corrosion potential (E , +37%).

The analysis shown in Figure 6 of the influence of the number of parameters on prediction accuracy reveals a notable trend whereby, as the level of corrosion risk increases, the number of parameters required to achieve the maximum corrosion probability decreases. In the LOW probability scenario, all models require as many as six parameters to reach 90% of the maximum $P(\text{corr})$. In the MEDIUM probability scenario, models SB-1 and SB-2a reduce this requirement to five parameters, while models SB-2b and SB-2c still require six parameters. The most significant reduction is observed in the HIGH probability scenario, where models SB-1 and SB-2a reach the 90% threshold with only three parameters, while models SB-2b and SB-2c require four parameters.

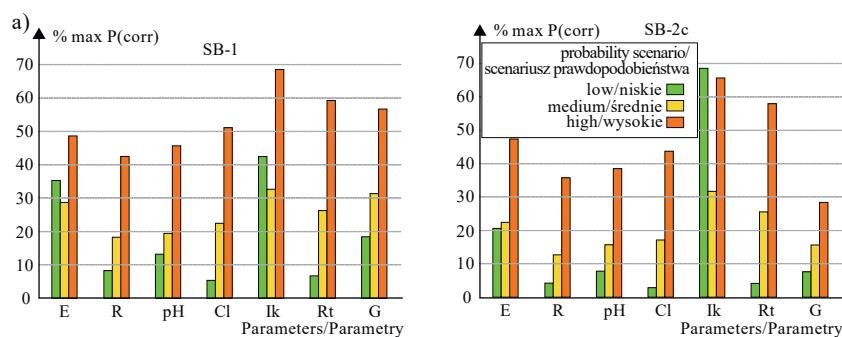


Fig. 4. Parameter importance for models: a) SB-1 and b) SB-2c in three corrosion scenarios, i.e., LOW, MEDIUM, and HIGH probability of reinforcement corrosion in concrete
Rys. 4. Ważność parametrów modeli: a) SB-1 i b) SB-2c w trzech scenariuszach korozyjnych, tj. NISKIEGO, ŚREDNIEGO i WYSOKIEGO prawdopodobieństwa wystąpienia korozji zbrojenia w betonie

parametry mają relatywnie niewielki wpływ, na poziomie poniżej 10%. W scenariuszu ŚREDNIEGO prawdopodobieństwa obserwujemy bardziej równomierny rozkład ważności parametrów, choć I_k nadal pozostaje najistotniejszym czynnikiem (31,8–32,6%). Najbardziej interesujący wzorec występuje w scenariuszu WYSOKIEGO prawdopodobieństwa, gdzie wszystkie parametry osiągają ważność przekraczającą 35% maksymalnego $P(\text{kor})$, co wskazuje na istotną zmianę charakteru procesu korozyjnego.

Rysunek 5 ilustruje bardzo wyraźny wzrost ważności niektórych parametrów między scenariuszami NISKIEGO i WYSOKIEGO prawdopodobieństwa. Najsilniejszy wzrost odnotowano w przypadku zawartości chlorków (Cl , +848%), oporu przeniesienia ładunku (R_t , +772%) i rezystywności betonu (R , +392%). Mniejszy, choć wciąż znaczny wzrost wystąpił dla pH betonu (+246%) i względnej głębokości rysy (G/c , +206%). Najmniej wrażliwe na zmianę scenariusza okazały się parametry, które już w scenariuszu NISKIEGO prawdopodobieństwa miały dużą ważność, tj. prąd korozyjny (I_k , +61%) i potencjał korozyjny zbrojenia (E , +37%).

Przedstawiona na rysunku 6 analiza wpływu liczby parametrów na dokładność predykcji ujawnia istotny trend, zgodnie z którym wraz ze wzrostem poziomu zagrożenia korozyjnego zmniejsza się liczba parametrów potrzebnych do osiągnięcia maksymalnej wartości prawdopodobieństwa korozji. W scenariuszu NISKIEGO prawdopodobieństwa wszystkie modele wymagają aż sześciu parametrów do osiągnięcia 90% maksymalnego $P(\text{kor})$. W scenariuszu ŚREDNIEGO prawdopodobieństwa modele SB-1 i SB-2a redukują to wymaganie do pięciu parametrów, podczas gdy modele SB-2b i SB-2c nadal potrzebują sześciu parametrów. Największą redukcję obserwujemy w scenariuszu WYSOKIEGO prawdopodobieństwa, gdzie modele SB-1 i SB-2a osiągają próg 90% już przy trzech parametrach, a modele SB-2b i SB-2c przy czterech parametrach.

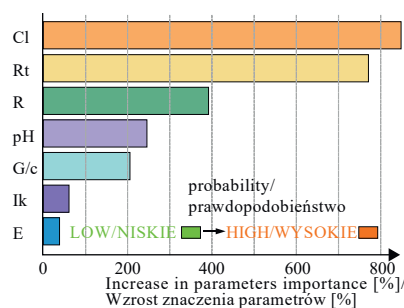


Fig. 5. Increase in parameter importance for Bayesian models SB-1, SB-2a, SB-2b and SB-2c with increasing corrosion threat level of reinforcement in concrete

Rys. 5. Zwiększenie ważności parametrów modeli bayesowskich SB-1, SB-2a, SB-2b i SB-2c wraz ze wzrostem poziomu zagrożenia korozyjnego zbrojenia w betonie

padku NISKIEGO prawdopodobieństwa korozji dominującą rolę odgrywa parametr I_k (prąd korozyjny), którego wpływ wynosi 42,5% maksymalnego $P(\text{kor})$ w modelach SB-1/SB-2a oraz aż 68,4% w modelu SB-2c. Istotną rolę odgrywa również potencjał elektrochemiczny E (29,2–35,4%), podczas gdy pozostałe

The increase in corrosion probability as a function of the number of included parameters, shown in Figure 6, is significantly faster in the HIGH probability scenario. With three parameters, models SB-1 and SB-2a reach 91.3% of the maximum $P(\text{corr})$ in this scenario, whereas in the LOW probability scenario they achieve only 54.8%. A similar trend, though with slightly lower values, is observed for models SB-2b and SB-2c (86.7% vs. 45.2%). This is an important observation from a practical perspective, indicating that under conditions of high corrosion risk, considerably fewer parameters need to be measured to obtain a reliable prediction.

The plots in Figure 7 present a comparison of the influence of selected parameter combinations on corrosion probability for models SB-1 and SB-2c under three different corrosion risk scenarios. This comparison reveals notable differences in their behaviour. In the SB-1 model, under the LOW corrosion probability scenario, corrosion current density (I_k) alone yields only 42.5% of the maximum corrosion probability. In contrast, in the SB-2c model, the same parameter reaches a substantially higher value of 68.4%, indicating a stronger dependence of this model on a single parameter.

In the MEDIUM corrosion probability scenario, the SB-2c model is characterized by noticeably lower diagnostic effectiveness for the same parameter combinations compared to the SB-1 model. For example, the combination of four parameters ($I_k + E + G + Rt$) in the SB-2c model yields approximately 74.5% of the maximum corrosion probability, whereas in the SB-1 model this value reaches about 85%.

In the HIGH corrosion probability scenario, the differences between the models diminish, and both achieve similar effectiveness when using four parameters, exceeding 95% of the maximum corrosion probability.

The most effective parameter combinations vary depending on the corrosion probability scenario. In the LOW probability scenario, the best results were obtained for the combination $I_k + E + G$ in the SB-2c model (78.9%) and $I_k + E + G + pH$ in the SB-1 model, where a value of approximately 80% was achieved. For the

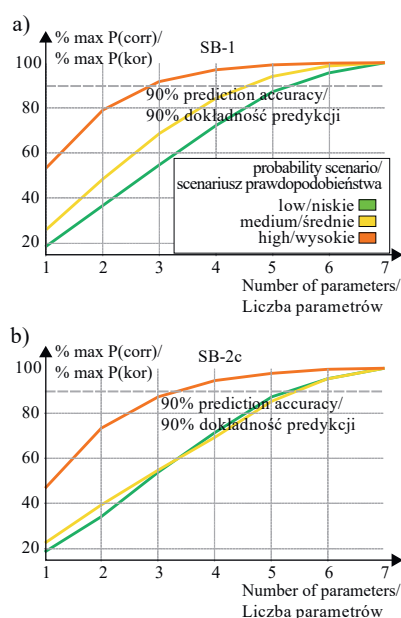


Fig. 6. Increase in probability $P(\text{corr})$ depending on the number of model parameters: a) SB-1; b) SB-2c

Rys. 6. Przyrost prawdopodobieństwa $P(\text{kor})$ w zależności od liczby parametrów modelu: a) SB-1; b) SB-2c

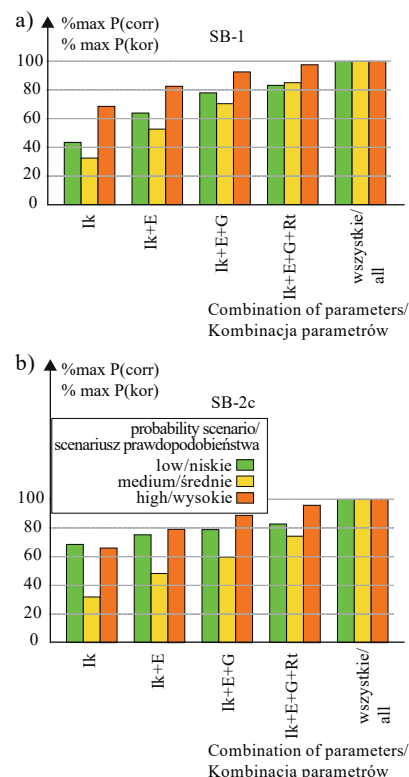


Fig. 7. Influence of parameter combinations on the probability of corrosion $P(\text{corr})$ for models: a) SB-1; b) SB-2c

Rys. 7. Wpływ kombinacji parametrów na prawdopodobieństwo korozji $P(\text{kor})$ w przypadku modeli: a) SB-1; b) SB-2c

Przyrost prawdopodobieństwa korozji w zależności od liczby uwzględnionych parametrów, przedstawiony na rysunku 6 jest znacznie szybszy w scenariuszu WYSOKIEGO prawdopodobieństwa. Przy trzech parametrach modele SB-1 i SB-2a osiągają w tym scenariuszu 91,3% maksymalnego $P(\text{kor})$, podczas gdy w scenariuszu NISKIEGO prawdopodobieństwa zaledwie 54,8%. Podobna tendencja, choć z nieco mniejszymi wartościami, występuje w przypadku modeli SB-2b i SB-2c (86,7% vs 45,2%). Jest to ważna obserwacja z praktycznego punktu widzenia, wskazująca, że w warunkach wysokiego zagrożenia korozyjnego wystarczy zmierzyć znacznie mniej parametrów, aby uzyskać wiarygodną predykcję.

Na rysunku 7 porównano wpływ wybranych kombinacji parametrów na prawdopodobieństwo korozji modeli SB-1 i SB-2c w trzech różnych scenariuszach zagrożenia korozyjnego. Ze-stawienie tych modeli ujawnia istotne różnice w ich zachowaniu. W modelu SB-1, w scenariuszu NISKIEGO prawdopodobieństwa korozji, prąd korozyjny (I_k) zapewnia jedynie 42,5% maksymalnego prawdopodobieństwa korozji. Natomiast w modelu SB-2c ten sam parametr osiąga znacznie większą wartość – 68,4%, co wskazuje na silniejszą zależność tego modelu od pojedynczego parametru.

W scenariuszu ŚREDNIEGO prawdopodobieństwa korozji model SB-2c charakteryzuje się wyraźnie mniejszą efektywnością diagnostyczną tych samych kombinacji parametrów w porównaniu z modelem SB-1, np. kombinacja czterech parametrów ($I_k + E + G + Rt$) w modelu SB-2c zapewnia ok. 74,5% maksymalnego prawdopodobieństwa korozji, podczas gdy w modelu SB-1 wartość ta osiąga ok. 85%.

W przypadku scenariusza WYSOKIEGO prawdopodobieństwa korozji różnice między modelami zmniejszają się, a oba modele osiągają zbliżoną skuteczność przy zastosowaniu czterech parametrów, przekraczając 95% maksymalnego prawdopodobieństwa korozji.

Najbardziej efektywne kombinacje parametrów różnią się w zależności od scenariusza prawdopodobieństwa korozji. W przypadku NISKIEGO prawdo-

MEDIUM probability scenario, the most effective combination proved to be $Ik + E + G + Rt$, which in both models produced results in the range of 74.5–85%. In the HIGH probability scenario, the combination of just three parameters – $Ik + E + G$ – was already sufficient, reaching over 88% of the maximum corrosion probability.

A detailed analysis of the differences between the models indicates that SB-1 and SB-2a models exhibit greater sensitivity to a limited number of parameters than SB-2b and SB-2c models. This difference is most pronounced in the LOW and MEDIUM probability scenarios, while it decreases in the HIGH probability scenario. This suggests that under high corrosion risk conditions, the model structure becomes less significant, and the quality of diagnostic data becomes the decisive factor.

Summary and Conclusions

In this study, four Bayesian network models—SB-1, SB-2a, SB-2b, and SB-2c—were developed to provide a probabilistic assessment of reinforcement corrosion risk in concrete based on seven key parameters. The selected diagnostic parameters were: reinforcement corrosion potential (E), concrete resistivity (R), concrete pore solution pH (pH), chloride content in concrete (Cl), corrosion current density (Ik) in the reinforcement, charge transfer resistance (Rt) at the steel reinforcement – concrete pore solution interface, and the relative crack depth in concrete (G/c). In the models, conditional probability tables (CPTs) were defined based on literature data and expert knowledge. The structure of the models evolves from the classical SB-1, which treats variables independently, through models SB-2a and SB-2b – which introduce thematic block aggregation and reduction coefficients – to the SB-2c model, which additionally incorporates a decisive condition: if the POL block indicates a passive state of reinforcement ($POL = 0$), then the corrosion probability $P(corr) = 0$. To compare the models, Monte Carlo simulation (10,000 samples per scenario) was applied, analyzing three risk levels: low, medium, and high. The assessment considered corrosion probability distributions $P(corr)$, standard deviations, frequency of extreme values, and model sensitivity to the elimination of individual parameters.

The results revealed significant differences between models depending on the scenario. Under low corrosion probability conditions, the largest discrepancies concerned the mean $P(corr)$ values – model SB-2c showed the lowest mean (7.0%) and the highest proportion of near-zero results (49.14%), resulting from the decisive condition. In the same scenario, models SB-1 and SB-2a yielded much higher estimates (18.8%), which may lead to risk overestimation. In the medium-risk scenario, differences between models were smaller yet still noticeable – SB-1 and SB-2a provided values close to 91%, while SB-2b and SB-2c gave 80%. In the high-risk scenario, all models produced convergent results, with $P(corr)$ values close to 100%, suggesting that under strong environmental influence, the choice of model is of secondary importance.

podobieństwa, najlepsze wyniki osiągnięto przy kombinacji $Ik+E+G$ w modelu SB-2c (78,9%) oraz $Ik+E+G+pH$ w modelu SB-1, gdzie uzyskano wartość około 80%. W przypadku ŚREDNIEGO prawdopodobieństwa najbardziej efektywną kombinacją okazało się zestawienie $Ik+E+G+Rt$, które w obu modelach zapewniło wynik 74,5–85%. Natomiast w scenariuszu WYSOKIEGO prawdopodobieństwa już sama kombinacja trzech parametrów – $Ik+E+G$ była wystarczająca, aby osiągnąć ponad 88% maksymalnego prawdopodobieństwa korozji.

Szczegółowa analiza różnic między modelami wskazuje, że **modele SB-1 i SB-2a wykazują większą czułość na ograniczoną liczbę parametrów niż modele SB-2b i SB-2c**. Różnica ta jest najwyraźniejsza w scenariuszach NISKIEGO i ŚREDNIEGO prawdopodobieństwa, natomiast zmniejsza się w scenariuszu prawdopodobieństwa WYSOKIEGO. Sugeruje to, że w warunkach wysokiego zagrożenia korozyjnego struktura modelu ma mniejsze znaczenie, natomiast kluczowa jest jakość danych diagnostycznych.

Podsumowanie i wnioski

W artykule opisano cztery modele sieci bayesowskich – SB-1, SB-2a, SB-2b oraz SB-2c, służących probabilistycznej ocenie zagrożenia korozją zbrojenia w betonie na podstawie siedmiu kluczowych parametrów. Jako miarodajne parametry wybrano: potencjał korozyjny zbrojenia E ; rezystywność betonu R ; pH cieczy porowej betonu; zawartość chlorków Cl w betonie; gęstość prądu korozyjnego Ik w zbrojeniu; opór przeniesienia ładunku Rt na granicy faz stalowe zbrojenie – ciecz porowa betonu oraz względną głębokość zarysowania betonu G/c . W modelach zdefiniowano warunkowe tablice prawdopodobieństw (CPT), bazujące na danych literaturowych i wiedzy eksperckiej. Zbudowana struktura modeli ewoluje od klasycznego SB-1 z niezależnym traktowaniem zmiennych, przez modele SB-2a i SB-2b wprowadzające agregację w blokach tematycznych i współczynniki redukcyjne aż po model SB-2c, który dodatkowo uwzględnia warunek decydujący: jeśli blok POL wskazuje na stan pasywny zbrojenia ($POL = 0$), to prawdopodobieństwo korozji $P(kor) = 0$. W celu porównania modeli zastosowano symulację Monte Carlo (10 000 próbek na scenariusz), analizując trzy poziomy zagrożenia: niskie, średnie i wysokie. Oceniano rozkłady prawdopodobieństwa $P(kor)$, odchylenie standardowe, częstość wyników skrajnych oraz czułość modeli na eliminację poszczególnych parametrów.

Wyniki analizy ujawniły istotne różnice między modelami w zależności od scenariusza. W warunkach niskiego prawdopodobieństwa korozji największe rozbieżności dotyczyły wartości średnich $P(kor)$ – model SB-2c wykazywał najniższą średnią (7,0%) i najwyższy odsetek wyników bliskich zeru (49,14%), co jest efektem działania warunku decydującego. W tym samym scenariuszu modele SB-1 i SB-2a dawały znacznie wyższe oszacowania (18,8%), co może prowadzić do przeszacowania ryzyka. W scenariuszu średniego zagrożenia różnice między modelami były mniejsze, choć nadal zauważalne – modele SB-1 i SB-2a dające wartości bliskie 91%, podczas gdy SB-2b i SB-2c – 80%. W scenariuszu wy-

The applied sensitivity analysis showed that corrosion current density (I_k) remains the most important parameter in all cases, with its influence in the SB-2c model reaching as much as 68.4% in the low-risk scenario. As the risk level increases, the importance of parameters Cl , R_t , and R also rises, confirming their relationship with progressive degradation. Furthermore, the analysis of prediction efficiency with a limited number of parameters demonstrated that under high-risk conditions, reliable results can be obtained with only three or four parameters, whereas in lower-risk scenarios, at least six parameters are required.

Based on the conducted research, it can be concluded that the extended SB-2c model is the most flexible and realistic. It accurately differentiates between risk levels, avoids false alarms in low corrosion risk conditions, and correctly reflects the physics of the corrosion process. Its application can be valuable in the corrosion diagnostics of reinforced concrete structures, where precision in assessment and optimization of repair actions are of key importance.

sokiego zagrożenia wszystkie modele wykazały zbieżność wyników, osiągając wartości $P(kor)$ bliskie 100%, co sugeruje, że przy silnym oddziaływaniu środowiskowym wybór modelu ma drugorzędne znaczenie.

Zastosowana analiza wrażliwości pokazała, że prąd korozyjny I_k pozostaje najważniejszym parametrem w każdej sytuacji, przy czym w modelu SB-2c jego wpływ osiąga aż 68,4% w scenariuszu niskiego zagrożenia. Wraz ze wzrostem zagrożenia zwiększa się również znaczenie parametrów Cl , R_t i R , co potwierdza ich związek z postępującą degradacją. Z kolei analiza efektywności predykcji przy ograniczonej liczbie parametrów wykazała, że przy dużym zagrożeniu wystarczą 3 lub 4 parametry do uzyskania wiarygodnych wyników, natomiast w scenariuszach o mniejszym ryzyku wymagane jest uwzględnienie co najmniej 6.

Na podstawie przeprowadzonych badań stwierdzono, że **rozbudowany model SB-2c jest najbardziej elastyczny i realistyczny**, trafnie różnicuje poziomy zagrożenia, unika fałszywych alarmów przy niskim ryzyku korozji oraz poprawnie odwzorowuje fizykę procesu korozji. Jego zastosowanie może być przydatne w diagnostyce korozyjnej konstrukcji żelbetonowych, w której kluczowa jest precyzja oceny i optymalizacja działań naprawczych.

Received: 10.03.2025

Revised: 20.05.2025

Published: 21.08.2025

Artykuł wpłynął do redakcji: 10.03.2025 r.

Otrzymano poprawiony po recenzjach: 20.05.2025 r.

Opublikowano: 21.08.2025 r.

Literature

- [1] Olbrys J. „Sieć bayesowska jako narzędzie pozyskiwania wiedzy z ekonomicznej bazy danych”, in *Zeszyty Naukowe Politechniki Białostockiej – Informatyka*, 2007, Zeszyt 2, pp. 93–108.
- [2] Pearl J. *Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems: Networks of Plausible Inference*. San Francisco, CA, USA: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 1988.
- [3] Bednarski M. *Metody doskonalenia sieci bayesowskich stosowanych w diagnostycznych systemach doradczych*. Gliwice: Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, 2006. [Online]. Available: <https://kpkp.polsl.pl>
- [4] Straub D. “Efficient Algorithms and Models for Bayesian Updating in Structural Reliability”, in *Proceedings of the 5th Asian-Pacific Symposium on Structural Reliability and its Applications*, Singapore: Research Publishing Services, 2012, pp. 77–87. DOI: 10.3850/978-981-07-2219-7_P282.
- [5] Straub D, Papaioannou I. „Bayesian Updating with Structural Reliability Methods”, *Journal of Engineering Mechanics-asce*, vol. 141, p. 4014134, 2015, [Online]. Available: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID: 53456874>
- [6] Bin Huang H, Zhang W, Sun ZG, Wang DS. „Development of probabilistic FRP-to-concrete bond strength models for externally-bonded reinforcement on grooves: Bayesian approach”, *Constr Build Mater*, vol. 350, Oct. 2022, DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2022.128857.
- [7] Li Q *et al.*, “A state-of-the-art review on monitoring technology and characterization of reinforcement corrosion in concrete”, *Case Studies in Construction Materials*, vol. 22, Jul. 2025, DOI: 10.1016/j.cscm.2025.e04780.
- [8] Yu B, Liu J, Chen Z. „Probabilistic evaluation method for corrosion risk of steel reinforcement based on concrete resistivity”, *Constr Build Mater*, vol. 138, pp. 101–113, May 2017, DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2017.01.100.
- [9] Imounga HM, Bastidas-Arteaga E, Pitti RM, Ango SE, Wang XH. “Bayesian assessment of the effects of cyclic loads on the chloride ingress process into reinforced concrete”, *Applied Sciences (Switzerland)*, vol. 10, no. 6, Mar. 2020, DOI: 10.3390/app10062040.
- [10] Zybura A, Jaśniok M, Jaśniok T. *Diagnostyka konstrukcji żelbetonowych*. Warszawa, 2011. Accessed: Apr. 11, 2015. [Online]. Available: <https://scholar.google.com/scholar?cluster=17654564798251587624&hl=en&oi=scholar#0>
- [11] Jaśniok M. *Elektrochemiczna spektroskopia impedancyjna w diagnostyce konstrukcji betonowych i stalowych*. Gliwice: Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, 2022.
- [12] Rubinstein RY, Kroese DP. *Simulation and the Monte Carlo Method*. Wiley, 2016. DOI: 10.1002/9781118631980.
- [13] Robert CP, Casella G. *Monte Carlo Statistical Methods*. New York, NY: Springer New York, 2004. DOI: 10.1007/978-1-4757-4145-2.
- [14] Ballio F, Guadagnini A. „Convergence assessment of numerical Monte Carlo simulations in groundwater hydrology”, *Water Resour Res*, vol. 40, no. 4, Apr. 2004, DOI: 10.1029/2003WR002876.