

MSc Eng. Michał Dzun^{1)*}

ORCID: 0000-0003-2476-5538

prof. dr hab. inż. Czesław Miedziałowski¹⁾

ORCID: 0000-0002-7901-7598

Static modelling wooden modular construction

Modelowanie statyki drewnianych budynków modułowych

DOI: 10.15199/33.2025.03.01

Abstract. The article systematically presents the modelling of individual stages of creating wooden modular buildings with static diagrams. Descriptions of modelling the connections of the frame and sheathing boards in elements (ceiling walls) are provided. Presented models of connections using pins and connectors in the form of nails and screws. The creation of modular structures in frame and plate systems is presented. Then, the vertical and horizontal connection between the modules in the building structure was presented. Finally, the creation of a global computational model of the structure was shown, taking into account the modelling of components (walls, floors), modules and entire buildings.

Keywords: wooden construction; components; connections; modules; buildings.

Streszczenie. W artykule przedstawiono w sposób systematyczny modelowanie schematami statycznymi poszczególnych etapów tworzenia drewnianych budynków modułowych. Podano opisy modelowania połączeń szkieletu i płyt poszycia w elementach (ściany, stropy). Zaprezentowano modele połączeń na trzpienie oraz za pomocą łączników w postaci gwoździ i wkrętów, a także tworzenie struktur modułowych w układzie szkieletowym i płytowym. Następnie przedstawiono połączenie w pionie i w poziomie między modułami w konstrukcji budynków oraz pokazano tworzenie globalnego modelu obliczeniowego konstrukcji, uwzględniając modelowanie elementów składowych (ścian, podłóg), modułów i całych budynków.

Słowa kluczowe: budownictwo drewniane; elementy składowe; połączenia; moduły; budynki.

Modelling the statics of modular buildings is a rather complicated task, in which is to pay attention to the many factors that affect the distribution of internal and the spatial work of the structure. Proper consideration of the stiffness of a single forces element, due to the type and number of connectors used to connect the sheathing panel to the wall panel frame, or taking into account changes in stiffness when introducing window or door openings requires a lot of work. There are many methods for calculating the load capacity of walls frame, the main ones being:

- design criteria based on Eurocode;
- conducting elastic and plastic analyses;
- experimental research.

Eurocode 5 presents two procedures for simplified analysis of wall diaphragms – Method A and B. They are most commonly used in engineering practice as with any simplified procedures, they have certain requirements and limitations regarding, for example, the aspect ratio of the wall panels or the spacing of the fasteners. The main difference between the two methods of analysis lies in the different consideration of the stiffness of wall panels with openings and the results of approach to the distribution and the lifting forces induced by the rotation of a rigid wall panel [1]. The juxtaposition and comparison of the results of analyses of elastic and plastic strain of the structure is also one possible design method. In this case, analysis of the structure path in elastic terms allows to find the most critical locations of distribution force within the wall. Then model the computational, focusing on the

Modelowanie statyki budynków modułowych jest dosyć skomplikowanym zagadnieniem, w którym należy zwrócić uwagę na wiele czynników wpływających na rozkład sił wewnętrznych i pracę przestrzenną konstrukcji. Prawidłowe uwzględnienie sztywności pojedynczego elementu, ze względu na zastosowanie rodzaju i liczby łączników służących do połączenia płyty poszycia z ramą panelu ściennego, czy uwzględnienie zmian sztywności przy wprowadzaniu otworów okiennych lub drzwiowych wymaga dużego nakładu pracy. Istnieje wiele metod obliczania nośności ścian szkieletowych, a głównie z nich to:

- kryteria projektowania na podstawie Eurokodu;
- przeprowadzanie analiz w zakresie sprężystym i plastycznym;
- badania eksperymentalne.

Eurokod 5 przedstawia dwie procedury uproszczonej analizy przepón ściennych – metodę A i B. Najczęściej są one stosowane w praktyce inżynierskiej. Tak jak w przypadku każdej uproszczonej procedury, mają one pewne wymagania i ograniczenia dotyczące np. proporcji wymiarów paneli ściennych czy rozstawu łączników. Zasadnicza różnica pomiędzy dwoma metodami analizy polega na różnym uwzględnianiu sztywności paneli ściennych z otworami oraz podejściu do rozkładu i rezultatów działania sił podnoszących, wywołanych przez obrót sztywnego panelu ściennego [1]. Zestawienie i porównanie rezultatów analiz dotyczących sprężystego i plastycznego wyężenia konstrukcji jest również jedną z możliwych ścieżek projektowania. W takim przypadku analiza konstrukcji w zakresie sprężystym pozwala na odnalezienie najbardziej krytycznych miejsc rozkładu sił w obrębie ściany. Następnie model obliczeniowy, skupiający się na charakterystycznych punktach konstrukcji, uzupełniany jest przez nieliniowe cechy materiałowe

¹⁾ Białystok University of Technology, Faculty of Civil Engineering and Environmental Sciences

^{*}) Correspondence address: michal.dzun@pb.edu.pl

characteristic points of the construction, is supplemented by non-linear material characteristics and a plastic analysis of the structure is carried out both solutions allow to determine the frame strength of the wall diaphragm, and the method of comparing the results of the analysis regarding the elastic and plastic work of the structure allows to find the optimal solution [1].

Experimental tests carried out on real-scale panels are able to very precisely determine the stiffness and strength of the tested elements, which are part of the entire construction or even the study of entire modules and assemblies of modules.

The article will present the modeling of the statics of buildings in successive stages, i.e. individual elements (walls and ceilings), modules in a frame and slab system, and the creation of a global calculated model of construction.

Modeling of connections and components

Building a good analytical model involves accurately reflecting the actual behavior of the structure. For this purpose, it necessary to correctly identify the specificity of mutual work between individual structural elements. Which can be visualized by means of springs with a given stiffness. Examples of individual springs in timber frame joints on the selected directions of linear displacement are shown in Figure 1.

In the case of the main load-bearing directions of flat elements, the stiffness coefficients of connections, considering shear, fastener withdrawal, and compression-tension, are shown in Figure 2 and are described according to [2] by the following relationships:

- slip/shear in the x-direction:
- nail withdrawal in the y-direction:
- mutual contact pressure between elements:

$$k_1 = n \cdot K_{ser} = \frac{n \cdot \rho_{m,1}^{1,5} d^{0,8}}{30} \quad (1);$$

$$k_2 = \frac{n G_m t_{pen} 2\pi r}{\left(\frac{l_a}{2} - r\right)} \quad (2);$$

$$k_4 = \frac{F_{2,Rm}}{t_{pen}/2} \quad (3);$$

i przeprowadzana jest analiza plastyczna konstrukcji. Oba rozwiązania pozwalają na wyznaczenie wytrzymałości szkieletowej przepyony ściennej, a metoda polegająca na porównaniu wyników analizy dotyczących sprężystej i plastycznej pracy konstrukcji pozwala na znalezienie optymalnego rozwiązania [1].

Badania eksperymentalne przeprowadzane na panelach w skali rzeczywistej są w stanie bardzo precyzyjnie określić sztywność i wytrzymałość badanych elementów, będących częścią całej konstrukcji lub nawet badania całych modułów i zespołów modułów.

W artykule zostanie przedstawione modelowanie statyki budynków w kolejnych etapach, tj. poszczególnych elementów (ścian i stropów), modułów w systemie szkieletowym oraz płytowym i tworzenie globalnego modelu obliczeniowego konstrukcji.

Modelowanie połączeń i elementów

Zbudowanie dobrego modelu analitycznego polega na prawidłowym odwzorowaniu rzeczywistej pracy konstrukcji. W tym celu konieczna jest prawidłowa identyfikacja wzajemnej specyfiki pracy pomiędzy poszczególnymi elementami konstrukcyjnymi, które można zobrazować za pośrednictwem sprężyn o zadanej sztywności. Przykłady poszczególnych sprężyn w połączeniach szkieletu drewnianego w wybranych

kierunkach przemieszczeń liniowych przedstawiono na rysunku 1.

W przypadku głównych kierunków pracy elementów płaskich, współczynniki sztywności połączeń ze względu na ścinanie, wyciąganie łączników oraz ściskanie-rozciąganie zostały przedstawione na rysunku 2 i są opisane wg [2] następującymi zależnościami:

- poślizg/ścinanie w kierunku x:
- wyrwanie gwoździ w kierunku y:
- wzajemny docisk pomiędzy elementami:

$$k_1 = n \cdot K_{ser} = \frac{n \cdot \rho_{m,1}^{1,5} d^{0,8}}{30} \quad (1);$$

$$k_2 = \frac{n G_m t_{pen} 2\pi r}{\left(\frac{l_a}{2} - r\right)} \quad (2);$$

$$k_4 = \frac{F_{2,Rm}}{t_{pen}/2} \quad (3);$$

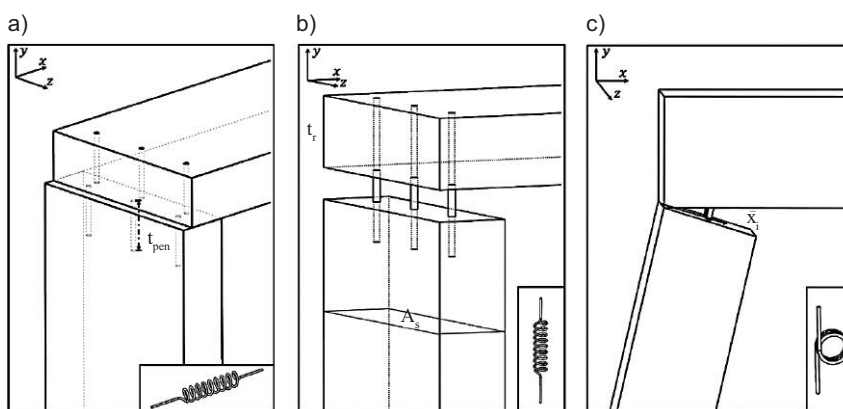


Fig. 1. Springs simulating the stiffness of a wooden frame connection: a) shearing of connectors – x direction; b) tearing out of connectors – y direction; c) rotation around the z axis [2]

Rys. 1. Sprężyny symulujące sztywność połączenia szkieletu drewnianego: a) ścięcie łączników – kierunek x; b) wyrwanie łączników – kierunek y; c) obrót wokół osi z [2]

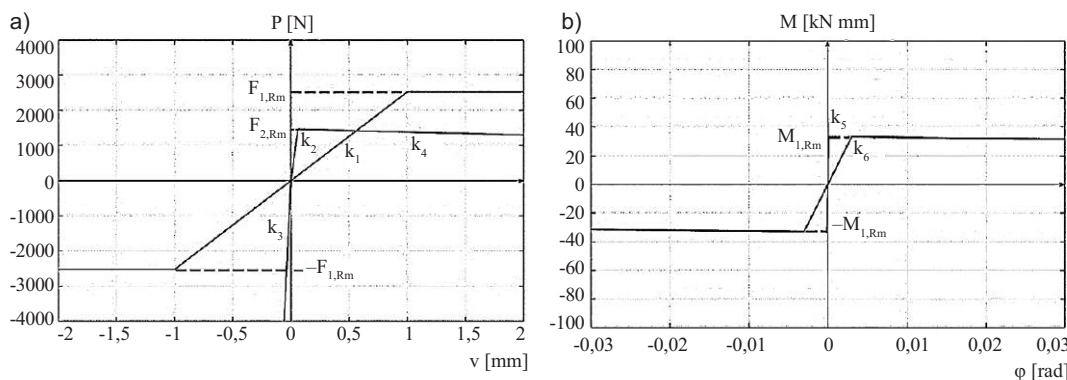


Fig. 2. Chart: a) force-displacement for four stiffness directions; b) joint stiffness with respect to rotation around the z-axis [2]

Rys. 2. Zależność: a) siła-przemieszczenie w przypadku czterech kierunków sztywności; b) sztywność połączenia ze względu na obrót wokół osi z [2]

$$k_3 = \frac{E_{90,m} A_s}{d} \quad (4)$$

$$k_3 = \frac{E_{90,m} A_s}{d} \quad (4)$$

■ rotational stiffness of the joint with respect to rotation around the z-axis:

■ sztywność obrotowa węzła ze względu na obrót względem osi z:

$$k_5 = \frac{k_2}{n} \sum_{i=1}^n \bar{x}_i^2 \quad (5)$$

$$k_5 = \frac{k_2}{n} \sum_{i=1}^n \bar{x}_i^2 \quad (5)$$

$$k_6 = - \frac{M_{3,Rm}}{\arctan\left(\frac{t_{pen}}{2\bar{x}_n}\right)} \quad (6)$$

$$k_6 = - \frac{M_{3,Rm}}{\arctan\left(\frac{t_{pen}}{2\bar{x}_n}\right)} \quad (6)$$

where:

gdzie:

- k_1 – coefficient defining the elastic properties of the joint;
- n – the number of connectors;
- x_i – the position of the link relative to the axis of rotation;
- K_{ser} – joint susceptibility modulus;
- $\rho_{m,1}$ – the average density of wood;
- d – connector diameter;
- G_m – average shear modulus;
- l_a – connector spacing; r – connector radius;
- t_{pen} – connector penetration depth;
- A_s – cross-sectional area of connectors;
- $E_{90,m}$ – average modulus of elasticity across the grain;
- $F_{2,Rm}$ – pull-out strength of the joint;
- $F_{3,Rm}$ – bending strength of the joint due to the pull-out capacity of the joints.

- k_1 – współczynnik określający właściwości sprężyste węzła;
- n – liczba łączników;
- x_i – położenie łącznika względem osi obrotu;
- K_{ser} – moduł podatności złącza;
- $\rho_{m,1}$ – średnia gęstość drewna;
- d – promień łącznika;
- G_m – średni moduł odkształcenia postaciowego;
- l_a – rozstaw łączników; r – średnica łącznika;
- t_{pen} – głębokość penetracji łącznika;
- A_s – pole przekroju łączników;
- $E_{90,m}$ – średni moduł sprężystości w poprzek włókien;
- $F_{2,Rm}$ – wytrzymałość złącza na wrywanie;
- $M_{3,Rm}$ – wytrzymałość złącza na zginanie ze względu na nośność na wrywanie łączników.

The connection of the cladding board to the wooden frame, made using nails or staples, is also characterized by stiffness, which can be represented by virtual springs shown in Figure 3.

The case from Figure 3a – pressure/peeling of the covering can be illustrated as the stiffness parameter of the introduced spring, the characteristics of which are determined according to [2] from the following relations:

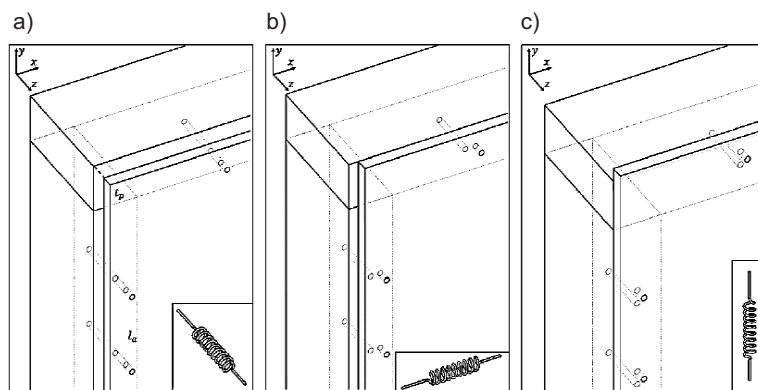


Fig. 3. Spring simulating the stiffness of the connection between the sheathing plate and the wooden frame: a) nail pull-out in the z-axis direction; b) slip in the x-axis direction; c) slip in the y-axis direction [2]

Rys. 3. Sprężyna symulująca sztywność połączenia płyty poszycia ze szkieletem drewnianym: a) wrywanie gwoździ w kierunku osi z; b) poślizg w kierunku osi x; c) poślizg w kierunku osi y [2]

Połączenie płyty poszycia ze szkieletem drewnianym, wykonywane za pomocą gwoździ czy zszywek, charakteryzuje również sztywność, którą można przedstawić za pomocą wirtualnych sprężyn przedstawionych na rysunku 3.

Przypadek z rysunku 3a – docisk/odrywanie poszycia można zobrazować jako sztywność parametru wprowadzonej sprężyny, której charakterystykę wyznacza się wg [2] z następujących zależności:

- pulling out the connectors along the z axis:

$$k_{10} = \min \left(\frac{G_m t_{pen} 2\pi r}{\left(\frac{l_a}{2} - r\right)}, \frac{E_{90,m}(2d_h)^2}{t_p} \right) \quad (7)$$

$$k_{12} = \frac{F_{3,Rm}}{\frac{t_{pen}}{2}} \quad (8)$$

- pressure of the connectors on the connection elements:

$$k_{11} = \frac{E_{90,m} A_p}{t_p} \quad (9)$$

where:

$E_{90,m}$ – modulus of elasticity of the cladding plate in the direction perpendicular to the surface;

d_h – nail head diameter;

t_r – nail shank diameter;

t_p – thickness of the cladding plate;

$A_p = l_a \cdot t_r$ – pressure surface between the cladding plate and the connector;

$F_{3,Rm} = \min (f_{ax,m} dt_{pen}, f_{head,m} d_h^2)$;

$f_{ax,m}$ – average pull-out strength of the connector;

$f_{head,m}$ – average head pull strength.

For the two slip directions in the skin plane, shown in Figures 3b and 3c, the stiffness is calculated as follows:

- initial stiffness:

$$k_{13} = K_{ser} = \frac{(\sqrt{\rho_{m,1} \rho_{m2}})^{1,5} d^{0,8}}{30} \quad (10)$$

According to [2], it is also assumed that the stiffness after reaching half of the joint load capacity is only 10% of the initial stiffness:

$$k_{14} = \frac{k_{13}}{10} \quad (11)$$

where:

ρ_{m2} – average density of the cladding panels;

K_{ser} – slip modulus in connections resulting from EC5.

The same principle is used to map connections between more complex elements, such as: connections between wall panels and ceilings, connections with the foundation or connections between modules. In this case, however, possibility of interaction of several types of model springs, having different effects on the behaviour of the connection, must be taken into account. An example model of such a connection is shown in Figure 4.

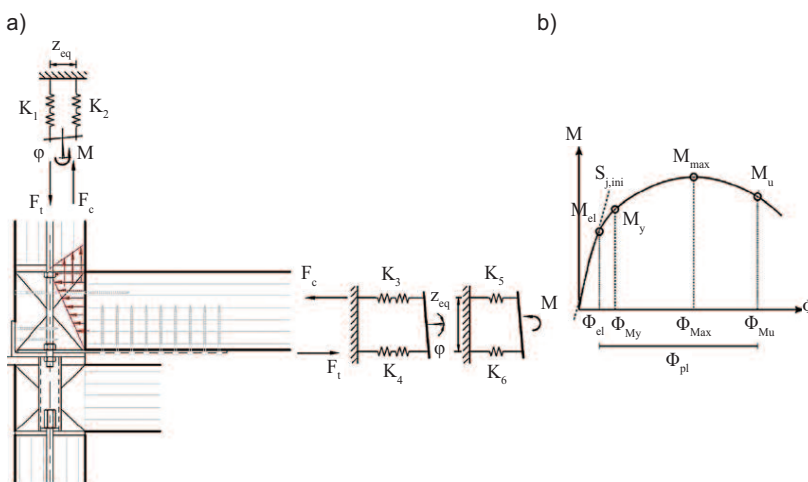


Fig. 4. Connection between the floor slab and the wall: a) model of the connection using dowels between the floor slab and the wall; b) moment-rotation relationship graph for the floor slab-to-wall connection [4]

Rys. 4. Połączenie płyty stropowej ze ścianą: a) model połączenia płyty stropowej ze ścianą na trzpieniu; b) zależność moment-obrót połączenia płyty stropowej ze ścianą [4]

- wrywanie łączników wzdłuż osi z:

$$k_{10} = \min \left(\frac{G_m t_{pen} 2\pi r}{\left(\frac{l_a}{2} - r\right)}, \frac{E_{90,m}(2d_h)^2}{t_p} \right) \quad (7)$$

$$k_{12} = \frac{F_{3,Rm}}{\frac{t_{pen}}{2}} \quad (8)$$

- docisk łączników do elementów połączenia:

$$k_{11} = \frac{E_{90,m} A_p}{t_p} \quad (9)$$

gdzie:

$E_{90,m}$ – moduł sprężystości płyty poszycia w kierunku prostopadłym do powierzchni;

d_h – średnica główki gwoźdźcia;

t_r – średnica trzpienia gwoźdźcia;

t_p – grubość płyty poszycia;

$A_p = l_a \cdot t_r$ – powierzchnia docisku pomiędzy płytą poszycia a łącznikiem;

$F_{3,Rm} = \min (f_{ax,m} dt_{pen}, f_{head,m} d_h^2)$;

$f_{ax,m}$ – średnia wytrzymałość na wyciąganie łącznika;

$f_{head,m}$ – średnia wytrzymałość na przeciągnięcie łba.

W przypadku dwóch kierunków poślizgu w płaszczyźnie poszycia, przedstawionych na rysunkach 3b i 3c, sztywność oblicza się następująco:

- sztywność początkowa:

$$k_{13} = K_{ser} = \frac{(\sqrt{\rho_{m,1} \rho_{m2}})^{1,5} d^{0,8}}{30} \quad (10)$$

Zgodnie z [2] zakłada się również, że sztywność po osiągnięciu połowy nośności złącza wynosi jedynie 10% sztywności początkowej:

$$k_{14} = \frac{k_{13}}{10} \quad (11)$$

gdzie:

ρ_{m2} – średnia gęstość poszycia;

K_{ser} – moduł poślizgu w połączeniach, wynikający z EC5.

Na tej samej zasadzie odwzorowuje się połączenia pomiędzy bardziej złożonymi elementami typu: połączenia paneli ściennych ze stropami, połączenie z fundamentem czy połączenia pomiędzy modułami. Należy jednak w tym przypadku uwzględnić możliwość interakcji działania kilku rodzajów modelowych sprężyn, mających różny wpływ na zachowanie się połączenia. Przykładowy model takiego połączenia pokazano na rysunku 4.

In the case of a connection consisting of multiple rows of connectors, the analytical model can be simplified accordingly by reducing the number of model-introduced springs with a resultant value of the system stiffness. For a bending moment connection, the most accurate representation of the connection stiffness parameter is given by a pair of forces spaced by the distance of the centers of gravity of the connector groups, as shown in Figure 4a.

Such a description of the form of the joint operation is presented on the moment-rotation relationship diagram, which is shown in Figure 4b. It presents the basic characteristics of the joint operation in the elastic and plastic range. The creation of the analytical model and the relationship diagram is carried out in a similar way as in the case of steel structures according to the standard [3].

The most important characteristics of the joint performance can be read from Figure 4b, i.e. such parameters as: initial stiffness $S_{j,ini}$, bending strength M_y , total deformation of the joint at destruction Φ_{Mu} [4]. The initial stiffness parameter of the node, defined as $S_{j,ini}$, is determined based on the relationship (12) according to the standard [4], where Z_{eq} denotes the distance of the equivalent arm of the force action, and the parameters k_c and k_t result from the stiffness of the compressed and stretched model springs introduced to the node model, respectively.

$$S_{j,ini} = \frac{z_{eq}^2}{\frac{1}{k_t} + \frac{1}{k_c}} \quad (12)$$

The relation (13) is used to describe the model springs. The effective stiffness of a given row of links is described by the symbol $k_{eff,r}$ and the distance of the row of links from the center of the opposing force is h_r .

$$k_t = \frac{\sum_r k_{eff,r} h_r}{z_{eq}} \quad (13)$$

In the case of reducing the number of springs to two, one compressed and the opposing tension spring, the initial stiffness parameter in the elastic range in compression $k_{i,c}$ and in tension $k_{i,t}$ is described by formulas (14) and (15).

$$k_t = \frac{1}{\sum_i \frac{1}{k_{i,t}}} \quad (14)$$

$$k_c = \frac{1}{\sum_i \frac{1}{k_{i,c}}} \quad (15)$$

The lever arm of the z_{eq} forces is determined according to formula (16):

$$z_{eq} = \frac{\sum_r k_{eff,r} h_r^2}{\sum_r k_{eff,r} h_r} \quad (16)$$

Analogous analyses of individual connections, both modular and between modules, are applied to entire objects. Complex nodes are decomposed into basic diagrams with modeled elastic bonds. The stiffness characteristics of the connections are determined by means of test and analytical model analyses.

W przypadku połączenia składającego się z wielu rzędów łączników, model analityczny można odpowiednio uprościć, redukując odpowiednio liczbę modelowo wprowadzonych sprężyn o wypadkowej wartości sztywności układu. Przy połączeniu przenoszącym moment zginający, najwierniejsze przedstawienie parametru sztywności połączenia przedstawiano za pośrednictwem pary sił rozsunętej na odległość środków ciężkości grup łączników, co zostało przedstawione na rysunku 4a.

Taki opis postaci pracy węzła przedstawiany jest na wykresie zależności moment-obrót, który pokazano na rysunku 4b. Przedstawia on podstawowe charakterystyki pracy węzła w zakresie sprężystym i plastycznym. Tworzenie modelu analitycznego oraz wykresu zależności odbywa się analogicznie, jak ma to miejsce przy konstrukcjach stalowych wg normy [3].

Z rysunku 4b można odczytać najważniejsze charakterystyki pracy połączenia, czyli m.in. takie parametry, jak: sztywność początkowa $S_{j,ini}$; wytrzymałość na zginanie M_y ; całkowite odkształcenie węzła przy zniszczeniu Φ_{Mu} [4]. Parametr sztywności początkowej węzła określanej jako $S_{j,ini}$, określa się na podstawie zależności (12) wg normy [4], w której z_{eq} oznacza odległość równoważnego ramienia działania sił, a parametry k_c i k_t odpowiednio wynikową sztywność ściskanych i rozciąganych modelowych sprężyn wprowadzonych do modelu węzła. Symbole przyporządkowane tym charakterystycznym punktom zostały oznaczone na rysunku 4b wg [4].

$$S_{j,ini} = \frac{z_{eq}^2}{\frac{1}{k_t} + \frac{1}{k_c}} \quad (12)$$

Do opisu modelowych sprężyn wykorzystuje się zależność (13). Efektywna sztywność danego rzędu łączników opisywana jest symbolem $k_{eff,r}$, a odległość rzędu łączników od środka przeciwstawnie działającej siły to h_r .

$$k_t = \frac{\sum_r k_{eff,r} h_r}{z_{eq}} \quad (13)$$

W przypadku redukcji liczby sprężyn do dwóch, jednej ściskanej i przeciwstawiającej się jej sprężyny rozciąganej, parametr sztywności początkowej w zakresie sprężystym przy ściskaniu $k_{i,c}$ i przy rozciąganiu $k_{i,t}$ opisywany jest wzorami (14) i (15).

$$k_t = \frac{1}{\sum_i \frac{1}{k_{i,t}}} \quad (14)$$

$$k_c = \frac{1}{\sum_i \frac{1}{k_{i,c}}} \quad (15)$$

Natomiast ramię działania sił z_{eq} wyznacza się wg wzoru (16):

$$z_{eq} = \frac{\sum_r k_{eff,r} h_r^2}{\sum_r k_{eff,r} h_r} \quad (16)$$

Analogiczne analizy poszczególnych połączeń, zarówno modułowych, jak i pomiędzy modułami, dotyczą całych obiektów. Złożone węzły rozkładane są na podstawowe schematy z zamodelowanymi więzami sprężystymi. Charakterystyki sztywnościowe połączeń określane są za pomocą badań doświadczalnych i analiz modeli analitycznych.

Numerical analysis is a compromise between labor-intensive simplified methods, posing many limitations for the designer, and costly studies of real-scale. Correctly constructing a computational model is also quite a challenge. Assigning the appropriate model features and correctly entering all boundary parameters is very important. If the entered features accurately describe the model of the analyzed object, the results of the model calculations will be very close to the real values.

When creating an FEM model of the analyzed structure, different types of elements are defined, which are characterized by different features. Division of the model into individual types allows for optimization of the program's work and obtaining the right results, therefore, the elements of frame walls, such as ground beams, posts, caps, are modeled as beam elements, which can transfer axial forces, shear forces and bending moments. The description of the cladding panels uses shell elements that reflect the main task of these panels, which is to transfer horizontal forces resulting from the action of wind to the stiffening walls, which in turn causes shear forces in the plane of the element.

Another important issue in the design of complex structures are the **connections between panels**, which, in addition to forces, also transfer acoustic vibrations resulting from the use of the facility. In order to increase the user comfort of modular structures, special acoustic tapes are used. Placed at the point of pressure of the wall to the ceiling and the contact of the angle with the ceiling panel.

A very important issue is to provide the appropriate stiffness of this connection. If it is too flexible, it will not be able to transfer sufficient forces to stabilize the skeleton walls and the structure will then be susceptible to large horizontal displacements. On the other hand, providing too much stiffness will increase the stiffness of the walls, which will not reflect their actual stress deflections [1, 5]. Connectors in the form of staples and nails are modeled using beam elements. Based on geometric and strength features, the size of the introduced connector element is determined and its modulus of elasticity is determined. An example of modeling walls and ceiling in the skeleton system is shown in Figure 5, and a possible method of modeling connections of wall panels and walls and ceilings in the module is shown in Figure 6.

An example of modeling walls and ceilings in the panel system module and a description of finite elements are shown in Figure 7. Figure 8 presents the modeling of connections between modules and the foundation, and Figure 9 presents the horizontal connection between modules in the skeleton system.

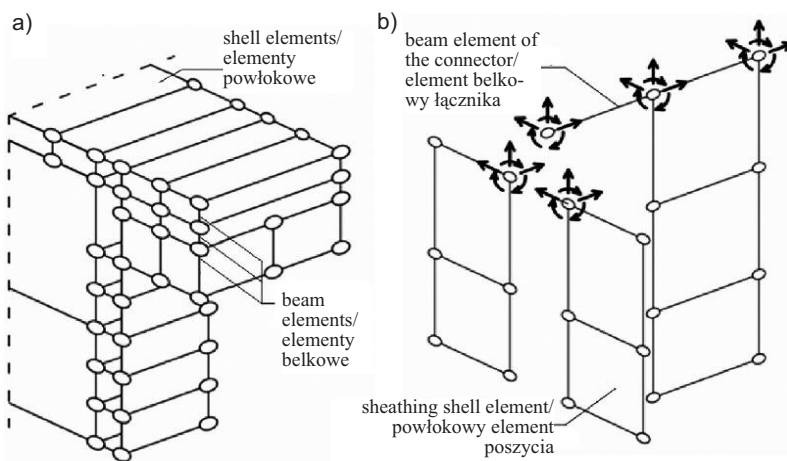


Fig. 5. Modelling of elements: a) walls; b) floor slab

Rys. 5. Modelowanie elementów: a) ścian; b) stropu

Analiza numeryczna jest kompromisowym rozwiązaniem pomiędzy pracochłonnymi metodami uproszczonymi, stawiającymi wiele ograniczeń dla projektanta, a kosztownymi badaniami obiektów w skali naturalnej. Prawidłowe skonstruowanie modelu obliczeniowego też jest jednak nie lada wyzwaniem. Nadanie odpowiednich cech modelu i poprawne wprowadzenie wszystkich parametrów brzegowych jest bardzo ważne. W przypadku, gdy wprowadzone cechy będą dokładnie opisywały model analizowanego obiektu, to rezultaty obliczeń modelu staną się bardzo bliskie rzeczywistym wartościom.

Podczas tworzenia modelu MES analizowanej konstrukcji określa się różne typy elementów, które charakteryzują się odmiennymi cechami. Podział modelu na poszczególne typy pozwala na optymalizację pracy programu oraz uzyskanie właściwych rezultatów, dlatego też elementy ścian szkieletowych, takie jak podwaliny, słupki, oczepy, modelowane są jako elementy belkowe, mogące przenieść siły osiowe, tnące i momenty zginające. Do opisu płyt poszycia wykorzystuje się elementy powłokowe, odzwierciedlające główne zadanie tych płyt, czyli przeniesienie sił poziomych, wynikających z działania wiatru na ściany usztywniające, co z kolei powoduje powstanie sił tnących w płaszczyźnie elementów płyty poszycia.

Kolejną ważną kwestią przy projektowaniu złożonych konstrukcji są **połączenia pomiędzy panelami**, które oprócz sił przenoszą również drgania akustyczne wynikające z użytkowania obiektu. W celu zwiększenia komfortu użytkowania drewnianych konstrukcji modułowych stosuje się specjalne taśmy akustyczne umieszczone w miejscu docisku ściany do stropu oraz styku kątownika z panelem stropowym.

Bardzo istotną kwestią jest nadanie odpowiedniej sztywności tego połączenia. Zbyt podatne nie będzie w stanie przenieść wystarczających sił stabilizujących ściany szkieletowe i konstrukcja będzie wówczas podatna na duże przemieszczenia poziome. Z drugiej strony, nadanie zbyt dużej sztywności spowoduje zwiększenie sztywności ścian, co nie odzwierciedli ich rzeczywistej pracy [1, 5]. Łączniki w postaci zszywek i gwoździ modeluje się za pomocą elementów belkowych. Na podstawie cech geometrycznych i wytrzymałościowych ustala się wielkość wprowadzanego elementu łącznika oraz określa się jego moduł sprężystości. Przykład modelowania ścian i stropu w systemie

szkieletowym pokazano na rysunku 5, a możliwy sposób modelowania połączeń paneli ściennych oraz ścian i stropu w module na rysunku 6. Przykład modelowania ścian i stropów w module systemu płytowego oraz opis elementów skończonych pokazano natomiast na rysunku 7. Na rysunku 8 zaprezentowano modelowanie połączeń modułów ze sobą oraz fundamentem, a na rysunku 9 połączenie poziome między modułami w systemie szkieletowym.

In the case of plate structures, nodes can also create simple systems in which forces are transferred in only one direction. An example of such an inter-module connection transferring horizontal forces acting in only one direction is shown in Figure 10. The unidirectional operation of the connection greatly facilitates the analysis of its load-bearing capacity and simplifies the procedure for selecting appropriate solutions.

$$F_x = k_w^x \cdot w_x \quad (17)$$

$$F_y = k_w^y \cdot w_y \quad (18)$$

$$M_{xy} = k_\varphi \cdot \varphi \quad (19)$$

where: k_w, k_φ – joint susceptibility coefficients.

Analogous analyses of individual connections both within and between modules apply to entire objects. Complex nodes are decomposed into basic diagrams with modeled elastic connections, as shown in Figure 4. The stiffness characteristics of the designed connections are determined by means of experimental tests and FEM model analyses.

Several types of connections based on different properties are also used. They are introduced into the calculation model via model springs characterized by specific features. The first group includes connections that exhibit a linear range of work. These are the connection of the frame with the sheathing, as well as connectors that prevent mutual displacement of elements due to the action of horizontal forces. The second group includes anchor connections, working on tensile forces and pressure connections occurring at the place where the posts and wall bases press against the lower floor or foundation.

It is necessary to pay great attention to the influence of vibration isolation on the stiffness of connections, which is of great importance in the case of objects made of CLT. When connecting a wall panel with a ceiling slab, e.g. using an angle bracket, special vibration isolation is used in this technology, placed not only at the point of contact between the wall and the ceiling, but also at the point of connection of the angle bracket

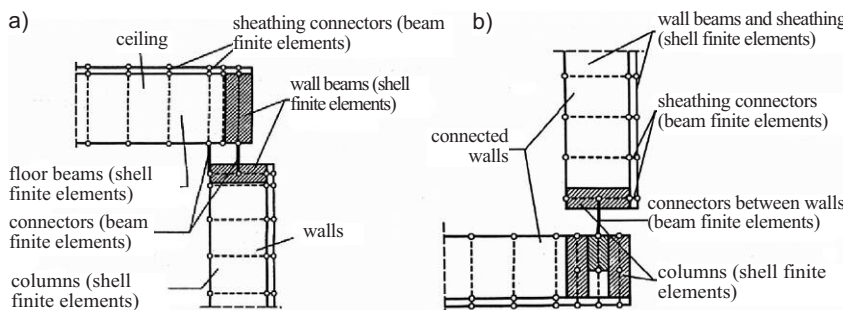


Fig. 6. Theoretical FEM model of the connection: a) walls; b) walls and floor slab [6]
Rys. 6. Model teoretyczny MES połączenia: a) ścian; b) ścian i stropu [6]

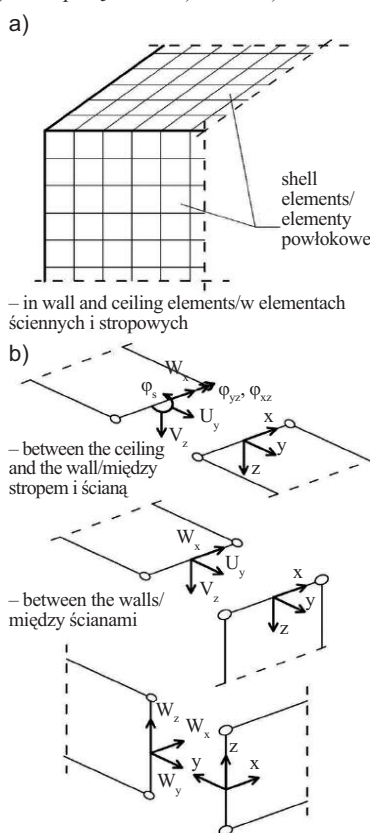


Fig. 7. Modelling of walls and slabs in the plate module: a) module model; b) connection model

Rys. 7. Modelowanie ścian i stropów w module płytowym: a) model modułu; b) model połączeń

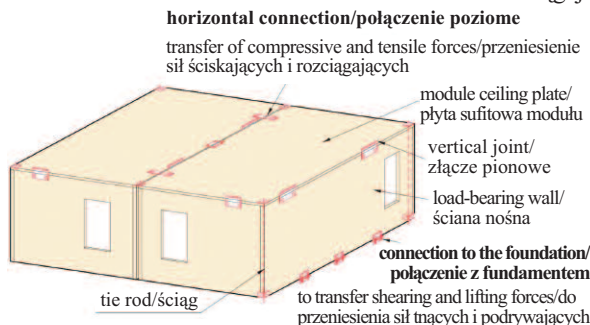


Fig. 8. Connectors used in the plate module connection system [7]
Rys. 8. Łączniki występujące w układzie połączenia modułów płytowych [7]

W przypadku konstrukcji płytowych węzły mogą tworzyć również proste układy, w których siły przenoszone są tylko w jednym kierunku. Przykład takiego połączenia między-modułowego, przenoszącego siły poziome działające tylko

w jednym kierunku, pokazano na rysunku 10. Jednokierunkowa praca połączenia znacznie ułatwia analizę jego nośności i upraszcza procedurę doboru odpowiednich rozwiązań.

$$F_x = k_w^x \cdot w_x \quad (17)$$

$$F_y = k_w^y \cdot w_y \quad (18)$$

$$M_{xy} = k_\varphi \cdot \varphi \quad (19)$$

gdzie: k_w, k_φ – współczynniki podatności złącza.

Analogiczne analizy poszczególnych połączeń zarówno wewnątrz, jak i pomiędzy modułami dotyczą całych obiektów. Złożone węzły rozkładane są na podstawowe schematy z zamodelowanymi połączeniami sprężystymi, co zostało przedstawione na rysunku 4. Charakterystyka sztywności projektowanych połączeń określana jest za pomocą badań doświadczalnych i analiz modeli MES.

Stosowanych jest również kilka typów połączeń bazujących na różnych właściwościach. Są one wprowadzane do modelu obliczeniowego za pośrednictwem modelowych sprężyn, charakteryzujących się określonymi cechami. Do pierwszej grupy należą połączenia wykazujące się liniowym zakresem pracy. Są to połączenia szkieletu z poszyciem, a także łączników zapobiegających wzajemnemu przesunięciu elementów na skutek działania sił poziomych. Do drugiej grupy można zaliczyć połączenia kotwiące, pracujące na siły rozciągające i połączenia dociskowe występujące w miejscu docisku słupków i podwaliny ścian do niższego piętra lub fundamentu.

Należy zwrócić bardzo dużą uwagę na wpływ wibroizolacji na sztywność połączeń, która ma duże znaczenie w przypadku obiektów wykonanych z CLT. Podczas łączenia płyty ściennej z płytą stropową, np. za pomocą kątownika, używa się w tej technologii specjalnych wibroizolacji umieszczonych nie tylko w miejscu sty-

with the ceiling slab (Figure 11). This does not remain without influence on the stiffness of the connection, and consequently the spring, the stiffness value of which must be entered into the model. The results presented in [8] indicate that in the case of 6 mm thick vibration isolation the stiffness of the connection decreases by about 25-35%, and in the case of a 12 mm thick layer the stiffness decreases by as much as 40 – 60%, which may have a significant impact on the distribution of forces in the structural system.

$$F_{xy} = k_w^y \cdot w_x \quad (20)$$

$$F_{xz} = k_w^z \cdot w_y \quad (21)$$

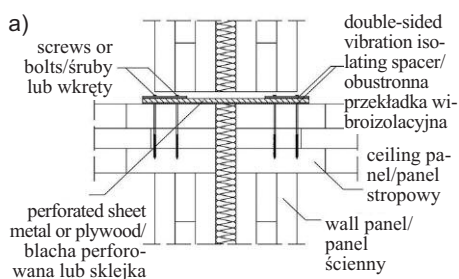


Fig. 10. Inter-module internal connection model using perforated sheet metal or plywood: a) side view; b) top view

Rys. 10. Model międzymodułowe połączenie wewnętrzne z użyciem blachy perforowanej lub sklejki: a) widok z boku; b) widok z góry

Modeling modules and buildings

The list of connections in all directions is shown in Figure 12. The models of individual components should be included for calculation purposes in one global model, e.g. finite

elements. The diagram of the component segments of the building calculation model is shown in Table 1, and the diagram of the component segments of the module calculation model in Table 2 and 3.

The computational model in the general matrix formulation has the form:

$$K q = P \quad (22)$$

where:

- K** – global structure stiffness matrix;
- q** – global displacement vector;
- P** – global load vector.

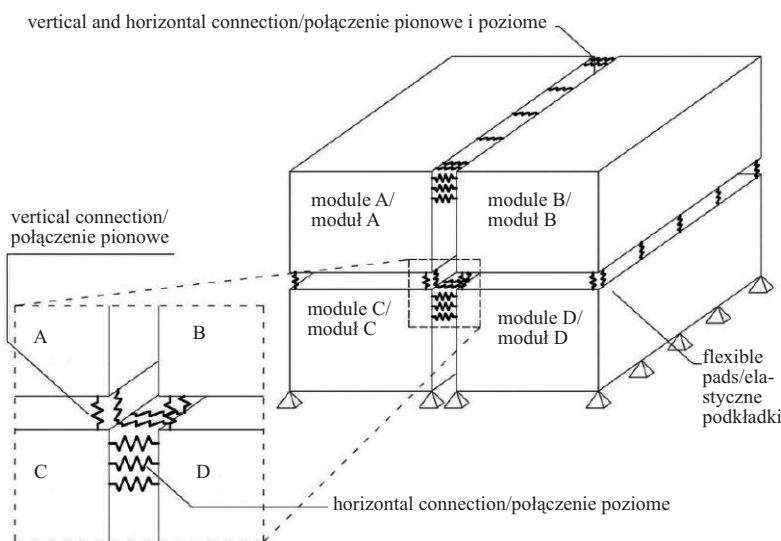


Fig. 12. Schematic drawing of the module system with the presentation of connections with a given stiffness characteristic (model springs)

Rys. 12. Schematyczny rysunek układu modułów z prezentacją połączeń o zadanej charakterystyce sztywności (modelowych sprężyn)

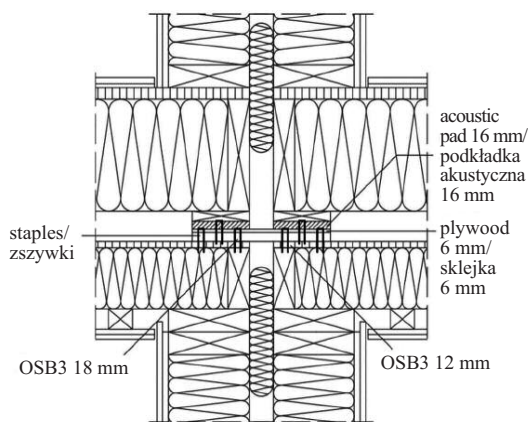


Fig. 9. Horizontal connection made using a plywood spacer and staples

Rys. 9. Połączenie poziome wykonane przy użyciu przekładki ze sklejki oraz zszywki

ku ściany ze stropem, ale również w miejscu połączenia kątownika z płytą stropową (rysunek 11). Nie pozostaje to bez wpływu na sztywność połączenia, a co za tym idzie sprężyny, której wartość sztywności należy wprowadzić do modelu. Wyniki przedstawione w pracy [8] wskazują, że w przypadku wibroizolacji o grubości 6 mm sztywność połączenia spada o ok. 25 – 35%, a w przypadku warstwy o grubości 12 mm, sztywność zmniejsza się aż o 40 – 60%, co może już mieć zdecydowany wpływ na rozkład sił w układzie konstrukcyjnym.

$$F_{xy} = k_w^y \cdot w_x \quad (20)$$

$$F_{xz} = k_w^z \cdot w_y \quad (21)$$

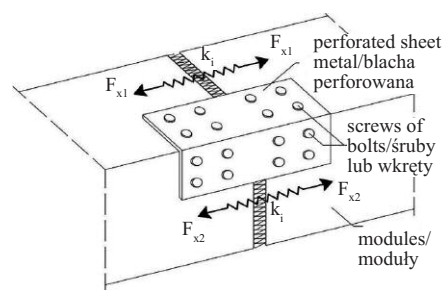


Fig. 11. Corner connection between the walls and the ceiling of the module

Rys. 11. Połączenie kątowe między ścianami i stropem modułów

Modelowanie modułów i budynków

Zestawienie połączeń modułów na wszystkich kierunkach przedstawiono na rysunku 12. Modele poszczególnych elementów składowych powinny być ujęte w celach obliczeniowych w jeden globalny model, np. elementów skończonych. Schemat składowych segmentów modelu obliczeniowego budynku przedstawiono w tabeli 1, a schemat składowych segmentów modelu obliczeniowego modułów przedstawiono w tabelach 2 i 3.

Model obliczeniowy w ogólnym sformułowaniu macierzowym ma postać:

$$K q = P \quad (22)$$

gdzie:

- K** – globalna macierz sztywności konstrukcji;
- q** – globalny wektor przemieszczeń;
- P** – globalny wektor obciążeń.

The global stiffness matrix can be symbolically represented in the form of components:

$$\mathbf{K} = \sum_s \sum_{re} \sum_e \sum_m \mathbf{K}_e \quad (23)$$

global load vector in the form of symbols:

$$\mathbf{P} = \sum_s \sum_{re} \sum_e \sum_m (\mathbf{P}_h, \mathbf{P}_w) \quad (24)$$

and the global displacement vector is the dependence:

$$\mathbf{q} = \sum \{q_s, q_{re}, q_e, q_m\} \quad (25)$$

where:

- \mathbf{K}_e – global matrices of individual elements;
- $\mathbf{P}_h, \mathbf{P}_w$ – horizontal and vertical load respectively;
- s – structural components (walls, ceilings);
- re – types of elements (posts, beams, connectors, cladding);
- e – further external elements; m – next modules;
- q_s – displacement of walls and ceilings
- q_{re} – displacements of columns, beams, and sheathing connectors;
- q_e – external connections displacement;
- q_m – module connection displacements.

Summary

The basis for constructing modular buildings are experimental studies and theoretical analyses. They concern individual building components, i. e. joints, panels and modules. The method of building models of individual types of modules is different and of different complexity. Frame elements have more elements than plate elements. In addition, the structures must take into account the special features of wooden structures, such as shrinkage, pressure, and clearance. Thermal and acoustic insulation layers must also be taken into account.

In modeling the statics of modular buildings, it is necessary to proceed in the order of creating the building structure. At the beginning, it is important to model the individual elements, such as walls and ceilings, taking into account their connections. Then, it is necessary to model the connections of walls with the ceiling in skeleton or plate modules, and the next stage is the model of the building composed of modules together with the connections between them. A complex three-dimensional computational model is obtained, preferably in the convention of the finite element method.

Table 1. Schematic structure of the building's computational model

Tabela 1. Schemat struktury modelu obliczeniowego budynku

	MODULES/MODUŁY
BUILDING/ BUDYNEK	CONNECTIONS BETWEEN MODULES/POŁĄCZENIA MIĘDZY MODUŁAMI
	CONNECTIONS TO THE GROUND/POŁĄCZENIA Z PODŁOŻEM

Table 2. Schematic of the components of the computational models of the skeletal frame modules

Tabela 2. Schemat składowych modeli obliczeniowych modułów szkieletowych

	FRAME ELEMENTS (FLOORS, WALLS)/ SZKIELET ELEMENTÓW (PODŁOGI, ŚCIANY)
	SKELETON CONNECTION CONNECTORS/ŁĄCZNIKI POŁĄCZENIA SZKIELETU
MODULE/ MODUŁ	FRAME AND SHEATHING CONNECTIONS/POŁĄCZENIA SZKIELETU I POSZYCIA
	CONNECTIONS OF ELE- MENTS IN THE MODULE (FLOOR AND WALLS)/PO- ŁĄCZENIA ELEMENTÓW W MODULE (PODŁOGI I ŚCIAN)

Table 3. Schematic of the components of the computational models of panel modules

Tabela 3. Schemat składowych modeli obliczeniowych modułów płytowych

	PLATE CONNECTIONS IN ELEMENTS/POŁĄCZENIA PŁYT W ELEMENTACH
MODULE/ MODUŁ	CONNECTIONS OF FLOOR AND WALL ELEMENTS IN THE MODULE/POŁĄCZE- NIA ELEMENTÓW POD- ŁOGI I ŚCIAN W MODULE

Globalną macierz sztywności można symbolicznie przedstawić w postaci składowych:

$$\mathbf{K} = \sum_s \sum_{re} \sum_e \sum_m \mathbf{K}_e \quad (23)$$

globalny wektor obciążeń w postaci symboli:

$$\mathbf{P} = \sum_s \sum_{re} \sum_e \sum_m (\mathbf{P}_h, \mathbf{P}_w) \quad (24)$$

a globalny wektor przemieszczeń zależnością:

$$\mathbf{q} = \sum \{q_s, q_{re}, q_e, q_m\} \quad (25)$$

gdzie:

- \mathbf{K}_e – macierze globalne poszczególnych elementów;
- $\mathbf{P}_h, \mathbf{P}_w$ – odpowiednio obciążenia poziome i pionowe;
- s – elementy składowe konstrukcji (ściany, stropy);
- re – rodzaje elementów (słupki, belki, łączniki, poszycie);
- e – kolejne elementy zewnętrzne; m – kolejne moduły;
- q_s – przemieszczenia ścian i stropów;
- q_{re} – przemieszczenia słupków, belek, łączników, poszycia;
- q_e – przemieszczenia połączeń zewnętrznych;
- q_m – przemieszczenia połączeń modułów.

Podsumowanie

Podstawą konstruowania budynków modułowych są badania doświadczalne i analizy teoretyczne. Dotyczą one poszczególnych składowych budynków, tj. złączy, paneli i modułów. Metoda budowania modeli poszczególnych typów modułów jest inna i o różnej złożoności. Więcej elementów mają moduły szkieletowe niż płytowe. Ponadto w konstruowaniu należy uwzględnić szczególne cechy konstrukcji drewnianych, jak skurcz, dociski, luzy. Należy uwzględnić również warstwy izolacji termicznej i akustycznej.

W modelowaniu statyki budynków modułowych należy postępować w kolejności tworzenia konstrukcji budynków. Na początku ważny jest model poszczególnych elementów, jak ściany i stropy, uwzględniający ich połączenia. Następnie należy zamodelować połączenia ścian ze stropem w modułach szkieletowych lub płytowych, a kolejnym etapem jest model budynku

złożony z modułów wraz z połączeniami między nimi. Otrzymuje się złożony trójwymiarowy model obliczeniowy, najlepiej w konwencji metody elementów skończonych.

Prace wykonano w Politechnice Białostockiej w ramach projektu WZ/WB-III/4/2023 finansowanego przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego RP.

Received: 18.11.2024
Revised: 06.01.2025
Published: 21.03.2025

Artykuł wpłynął do redakcji: 18.11.2024 r.
Otrzymano poprawiony po recenzjach: 06.01.2025 r.
Opublikowano: 21.03.2025 r.

Literature

- [1] Kormendy I, Muwaili M. Timber Shear Wall Analysis – Parametrized Finite Element Modelling – Linnaeus University – Master’s Thesis in Mechanical/Structural Engineering – 2018.
- [2] Kuai L, Ormarsson S, Vessby J, Maharjan R. A numerical and experimental investigation of non-linear deformation behaviours in light-frame timber walls Engineering structures, 252: 1135992022 DOI: 10.1016/j.enstruct.2021.113599.
- [3] PN-EN 1993-1-8:2006 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 1-8: Projektowanie węzłów.
- [4] Knappe J. Robustness Of Modular Timber Buildings An investigation into alternative load paths in volumetric timber post and beam modules Delft University of Technology 2022 – master thesis.

- [5] Omarsson S, Vessby J, Johansson M, Kua L. Numerical and Experimental Study on Modular-Based Timber Structures, Modular and Offsite Construction (MOC) Summit Proceedings. 2019 DOI: 10.29173/mocs128.
- [6] Miedziałowski Cz., Malesza M. Budynki do szkieletu drewnianym z poszyciem, Polska Akademia Nauk, Warszawa-Białystok 2006.
- [7] Stora Enso Building Systems by Stora Enso 3–8 Storey Modular Element Buildings 2016 Version 4.0 <https://www.storaenso.com/-/media/Documents/Download-center/Documents/Product-brochures/Wood-products/Design-Manual-A4-Modular-element-buildings20161227finalversion-40EN.pdf> (18.11.2024).
- [8] Koskimes J. Inter-module connections in multi-storey modular timber buildings. Aalto University. 2022 – master thesis.