

mgr inż. Damian Kowalski¹⁾
ORCID: 0000-0002-0257-7642

Comparative analysis of two exemplary algorithms for stress-biased topology optimization

Analiza porównawcza dwóch przykładowych algorytmów optymalizacji topologii o zmodyfikowanym udziale naprężeń o przeciwnych znakach

DOI: 10.15199/33.2024.09.05

Abstract. The aim of this publication is a comparative analysis of two representative methods of stress-biased topology optimization. The original pieces of the paper are modifications introduced in order to achieve computations convergence and to reduce the number of input parameters. Finally, both implementations were compared based on several practical application examples and conclusions were drawn from the analysis.

Keywords: topology optimization; stress bias; numerical methods; multi-material structures; composite structures.

Streszczenie. W artykule zaprezentowano analizę porównawczą dwóch reprezentatywnych metod optymalizacji topologii o zmodyfikowanym udziale naprężeń o przeciwnych znakach. Metody te zostały uprzednio zmodyfikowane w celu uzyskania zbieżności obliczeń. Wprowadzono również pewne modyfikacje w celu redukcji liczby parametrów wejściowych, a także porównano obie implementacje na bazie kilku praktycznych przykładów zastosowania oraz wyciągnięto wnioski z przeprowadzonej analizy.

Słowa kluczowe: optymalizacja topologii; metody numeryczne; konstrukcje wielomateriałowe; konstrukcje kompozytowe.

Topology Optimisation is an important concept in the field of finding advanced models, such as *Strut and Tie* (ST), in complex reinforced concrete elements. As the majority of building and engineering structures worldwide are made using concrete, it is of great practical importance. Stress-biased topology optimisation, on the other hand, makes it possible to determine the optimal distribution of a material in case it has a low shear strength compared to the strength at normal stresses. An example of such materials is Fiber Reinforced Polymers (FPR).

According to [1], the different treatment of elements subjected to tension and compression has a strong influence on the solution obtained. As is well known, even typical structural materials have a shear strength that is lower than the normal stress strength, e.g. the Ultimate Shear Strength (USS) of a typical steel is approximately 75% of the Ultimate Tensile Strength (UTS). This means that optimisation should be oriented towards normal stresses.

The literature describes several methods for optimising normal stress-oriented topologies. One of the pioneering attempts to optimise structures that behave differently in tension than in compression was described by Achtziger [1]. The so-called ground structure method was used and the results led to the conclusion that strength disparity plays a key role in finding the optimum solution. Querin et al. [2] established the optimality criterion of the truss-like continuum as a constant stress-strain ratio between the tensile and compressive parts of the structure. Works [3, 4] present

Optymalizacja topologii (z ang. *Topology Optimization*) jest istotną koncepcją w dziedzinie wyszukiwania zaawansowanych modeli, takich jak *Strut and Tie* (ST), w złożonych elementach żelbetowych. W związku z tym, że większość obiektów budowlanych i inżynierskich na całym świecie wykonana jest w konstrukcji betonowej, ma ona ogromne znaczenie praktyczne. Optymalizacja topologii o zmodyfikowanym udziale naprężeń o przeciwnych znakach (z ang. *Stress-biased Topology Optimization*) pozwala z kolei na określenie optymalnego rozkładu materiału w przypadku, gdy ma on małą wytrzymałość na ścinanie w porównaniu z wytrzymałością przy naprężeniach normalnych. Przykładem takich materiałów są polimery wzmacniane włóknami (z ang. *Fiber Reinforced Polymers*).

Zgodnie z [1] odmienne traktowanie elementów rozciąganych i ściskanych ma duży wpływ na otrzymane rozwiązanie. Jak powszechnie wiadomo, nawet typowe materiały konstrukcyjne mają wytrzymałość na ścinanie mniejszą niż wytrzymałość na naprężenia normalne, np. wytrzymałość na ścinanie (z ang. USS – *Ultimate Shear Strength*) typowej stali stanowi ok. 75% maksymalnej wytrzymałości na rozciąganie (z ang. UTS – *Ultimate Tensile Strength*). Oznacza to, że optymalizacja powinna być zorientowana na naprężenia normalne.

W literaturze opisano kilka metod optymalizacji topologii zorientowanej na naprężenia normalne. Jedną z pionierskich prób optymalizacji konstrukcji, które zachowują się inaczej przy rozciąganiu niż przy ściskaniu, opisał Achtziger [1]. Zastosowano tzw. podejście konstrukcji bazowej, a wyniki doprowadziły do wniosku, że dysproporcja wytrzymałości odgrywa kluczową rolę w znalezieniu optymalnego rozwiązania. Querin i in. [2] ustanowili kryterium optymalności kratownicowego konti-

¹⁾ Politechnika Częstochowska, Wydział Budownictwa; damian.kowalski@pcz.pł

the Material Replacement Method (MRM) based on the well-known SIMP method (Solid Isotropic Material with Penalisation). To solve the mechanical part of the task, the authors used commercial Ansys software. Liu and Qiao [5] optimised the bridge design using the Heaviside step function to describe the stress-strain relationship. Victoria et al. [6] used topology optimisation of structures with different material properties in tension and compression to generate ST models. For this purpose, they used the Isolines Topology Design (ITD) method. Bruggi and Duysinx [7] presented a stress-based approach to optimise not only unilateral material structure, but also unidirectional supports. Bruggi [8] defined an equivalent orthotropic material, in which principal tensile stresses are not permitted, by defining a negligible stiffness in the appropriate direction to minimise the potential energy of the solid. This allows the problem to be solved by a one-time procedure (without iterations). Bruggi [9] also generated an ST model using TO, assuming that concrete is a hyperelastic material, carrying only compression. Gaganelis et al. [10] demonstrated the results of two different optimisation schemes: an extended MRM method with modified stiffness matrices in line with the moving asymptotes method, and a thermodynamic topology optimisation that adopts Hamilton's principle with an additional „energy penalty” to derive the evolution equations used to update the results. They obtained similar results for both schemes.

This paper presents the results of a comparison between two representative methods for stress-biased topology optimisation. The methods described in papers [4, 11] were implemented by modifying an 88-line code written in Matlab, provided in [12]. Both methods require the calculation of principal stresses for each element, in order to include the stress state in the optimisation process. A two-dimensional (2D) domain and the assumption of a plane stress state were adopted. The stresses in the plate were calculated using standard continuous mechanics equations.

This paper presents the results of a comparison between two representative methods for stress-biased topology optimisation. The methods described in papers [4, 11] were implemented by modifying an 88-line code written in Matlab, provided in [12]. Both methods require the calculation of principal stresses for each element, in order to include the stress state in the optimisation process. A two-dimensional (2D) domain and the assumption of a plane stress state were adopted. The stresses in the plate were calculated using standard continuous mechanics equations.

Optimisation in pure tension/compression (method 1)

The first approach was taken from the work [4]. It presented a simple but rather limited idea. The so-called material replacement method was adopted. Its aim is to omit time-consuming non-linear analyses of materials with different proportions of compressive and tensile principal stresses, by simultaneously calculating the stress fields and topology optimisation. This is accomplished by modifying the stiffness

num jako stały stosunek naprężeń do odkształceń między rozciągany i ściskanymi częściami konstrukcji. Prace [3, 4] przedstawiają metodę zastępowania materiałów (z ang. MRM – *Material Replacement Method*) bazującą na znanej metodzie SIMP (z ang. *Solid Isotropic Material with Penalization* – *Metoda Bryły Izotropowej z Penalizacją*). Autorzy używają komercyjnego oprogramowania Ansys do rozwiązania mechanicznej części zadania. Liu i Qiao [5] zoptymalizowali konstrukcję mostu, wykorzystując funkcję Heaviside'a do opisu zależności naprężenie-odkształcenie. Victoria i in. [6] wykorzystali optymalizację topologii konstrukcji o różnych właściwościach materiałowych w rozciąganiu i ściskaniu do generowania modeli ST. W tym celu zastosowano metodę projektowania topologii izolacji (z ang. *Isolines Topology Design* – ITD). Bruggi i Duysinx [7] przedstawili podejście bazujące na naprężeniach w celu optymalizacji nie tylko jednostronnej struktury materiałowej, ale także jednokierunkowych podpór. Bruggi [8] zdefiniował równoważny materiał ortotropowy, w którym nie są dozwolone główne naprężenia rozciągające, przez określenie sztywności pomijalnej w odpowiednim kierunku, tak aby zminimalizować energię potencjalną ciała stałego. Pozwala to na rozwiązanie problemu za pomocą procedury jednorazowej (bez iteracji). Bruggi [9] wygenerował również model ST przy użyciu TO, zakładając, że beton jest materiałem hiperelastycznym, przenoszącym jedynie ściskanie. Gaganelis i in. [10] zademonstrowali wyniki dwóch różnych schematów optymalizacji: rozszerzonej metody MRM, o zmodyfikowanych macierzach sztywności zgodnie z metodą ruchomych asymptot, oraz termodynamiczną optymalizację topologiczną, która wykorzystuje zasadę Hamiltona z dodatkową „karą energetyczną” do wyprowadzenia równań ewolucji, używanych do aktualizacji wyników. Uzyskali oni podobne wyniki w przypadku obu schematów.

W artykule przedstawiłem wyniki porównania dwóch reprezentatywnych metod optymalizacji topologii o zmodyfikowanym udziale naprężeń o przeciwnych znakach. Metody opisane w pracach [4, 11] zostały zaimplementowane przez modyfikację 88-wierszowego kodu napisanego w programie Matlab, podanego w [12]. Obie metody wymagają obliczenia naprężeń głównych w przypadku każdego elementu, w celu uwzględnienia stanu naprężeń w procesie optymalizacji. Przyjęto dziedzinę dwuwymiarową (2D) oraz założenie płaskiego stanu naprężeń. Naprężenia w płycie obliczano za pomocą standardowych równań mechaniki ciągłej.

Optymalizacja przy czystym rozciąganiu/ściskaniu (metoda 1)

Pierwsze podejście zostało zaczerpnięte z pracy [4]. Zaprojektowano w niej prosty, lecz dość ograniczony pomysł. Użyto tzw. metody zastępowania materiału. Jej celem jest pominięcie czasochłonnych analiz nieliniowych materiałów o różnych proporcjach naprężeń głównych ściskających i rozciągających, przez jednoczesne obliczenia pól naprężeń i optymalizację topologii. Odbywa się to przez modyfikację macierzy sztywności każdego elementu skończonego stosunkiem Gęstości Energii Odkształcenia (z ang. *Strain Energy Density* – SED) elementu, obliczonej wyłącznie na podstawie na-

matrix of each finite element with the ratio of the Strain Energy Density (SED) of the element, calculated solely on the basis of tensile/compressive stress, to the total SED. This indicates no reduction in stiffness if both principal stresses are compressive in pure compression and tensile in pure tension. Otherwise, the reduction is proportional to the tensile/compressive SED divided by the total SED.

Full stress-biased topology optimisation (method 2)

The paper [11] presents a more sophisticated method, as it allows the desired ratio between the volume of the compression and tension parts of the optimised domain to be modified. In this approach, the standard static analysis using FEA (*Finite Element Method*) is modified with weighting factors depending on the ratio of principal stresses. The original volume constraint is then replaced by a weighted constraint.

For the purpose of the analysis, the original procedure was modified to reduce the input parameters from two to one. Ψ_T and Ψ_C were incorporated into a single parameter, Ψ_{RAT} , which is the ratio of Ψ_T and Ψ_C (equation 1).

$$\Psi_{RAT} = \Psi_T / \Psi_C \quad (1)$$

where:

Ψ_T – tension-biased displacement ($\Psi_T \geq 1$);

Ψ_C – compression-biased displacement ($\Psi_C \geq 1$).

Examples

A detailed comparison of the two methods was carried out to determine their strengths and weaknesses. As the first method allows only compression or only tension, the results of the second method should come close to those of the first method when the weighting factor approaches zero/infinity respectively. The first example is taken from [4] and the second from [11]. The results of this comparison are discussed below.

Example 1 – single-span bridge. A domain of 60 x 71 elements (width x height), or 4,260 finite elements, was defined. All four corners were supported (Figure 1a). A central horizontal strip with a height of one finite element was excluded from the optimisation, filling it with material. This zone was subjected to a unitary uniform gravity load. In order to check the consistency of the implementation, the material parameters and the target part of the initial domain fill volume with material (ω) were assumed to be the same as in the source experiment. The modulus of elasticity was assumed to be equal to 210 GPa, the Poisson's ratio was assumed to be 0.2 and the volume fraction of the material in the non-biased variant was assumed to be 15%, while the material in tension only and compression only was assumed to

prężenia rozciągającego/ściskającego do całkowitej SED. Oznacza to brak redukcji sztywności, jeśli oba główne naprężenia są ściskające w przypadku czystego ściskania i rozciągające przy założeniu czystego rozciągania. W przeciwnym razie redukcja jest proporcjonalna do SED rozciągania/ściskania podzielonego przez całkowitą SED.

Pełna optymalizacja o zmodyfikowanym udziale naprężeń o przeciwnych znakach (metoda 2)

W pracy [11] zaprezentowano bardziej wyrafinowaną metodę, gdyż pozwala ona na zmianę pożądanego stosunku pomiędzy objętością części ściskanej i rozciąganej optymalizowanej dziedziny. W tym podejściu standardowa analiza statyczna przy użyciu MES (*Metody Elementów Skończonych*) jest modyfikowana z zastosowaniem współczynników wagowych zależnych od stosunku naprężeń głównych. Następnie oryginalne ograniczenie objętości zostaje zastąpione ograniczeniem ważonym.

Oryginalną procedurę zmodyfikowałem na potrzeby analizy w taki sposób, aby zredukować parametry wejściowe z dwóch do jednego. Ψ_T i Ψ_C zostały włączone do jednego parametru – Ψ_{RAT} , będącego stosunkiem Ψ_T i Ψ_C (wzór 1).

$$\Psi_{RAT} = \Psi_T / \Psi_C \quad (1)$$

gdzie:

Ψ_T – przesunięcie w kierunku rozciągania ($\Psi_T \geq 1$);

Ψ_C – przesunięcie w kierunku ściskania ($\Psi_C \geq 1$).

Przykłady

Przeprowadzono szczegółowe porównanie obu podejść, aby określić ich mocne i słabe strony. W związku z tym, że pierwsza metoda umożliwia wyłącznie ściskanie lub wyłącznie rozciąganie, wyniki drugiej metody powinny zbliżać się do wyników uzyskanych pierwszą metodą, gdy współczynnik wagowy zbliża się odpowiednio do zera/nieskończoności. Pierwszy przykład został zaczerpnięty z [4], drugi z [11]. Wyniki tego porównania omówiono poniżej.

Przykład 1 – most jednoprzęsłowy. Zdefiniowano dziedzinę składającą się z 60 x 71 elementów (szerokość x wysokość), czyli 4260 elementów skończonych. Podparto wszystkie cztery narożniki (rysunek 1a). Z zakresu optymalizacji wyłączono środkowy pas poziomy o wysokości jednego elementu, wypełniając go materiałem. Pas ten został obciążony jednostkowym, równomiernym obciążeniem grawitacyjnym.

W celu sprawdzenia zgodności implementacji przyjęto parametry materiałowe i docelową część objętości wypełnienia początkowej dziedziny materiałem (ω), takie same jak w eksperymencie źródłowym. Przyjęto moduł sprężystości jako równy 210 GPa, współczynnik Poissona – 0,2, a udział objętościowy

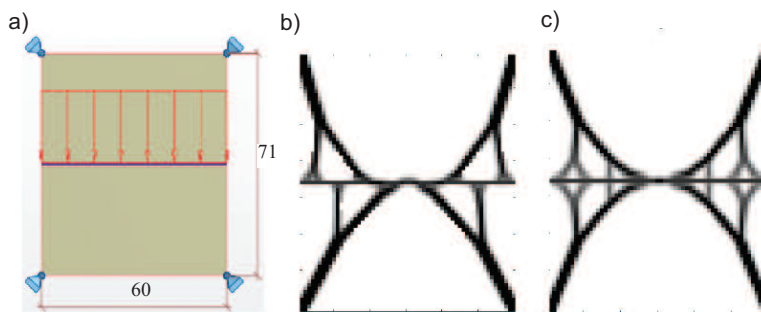


Fig. 1. Example 1: a) domain scheme; b) results for non-biased stresses obtained by method 1; c) method 2

Rys. 1. Przykład 1: a) schemat dziedziny; b) rezultaty w przypadku naprężeń niezmodyfikowanych otrzymane metodą 1; c) metodą 2

be 12%. Due to the stiffness matrix being close to the singularity, a Young's modulus multiplier was used. In addition, standard values for the optimality criteria coefficients were used: $move = 0.2$; $\eta = 0.5$. A standard sensitivity filter with a radius of 1.1 was used.

The convergence of the process for the tension-only and compression-only variants (method 1), with standard parameter values, was slow. This was expected, because if compression/tension is not allowed in the material, it behaves strongly non-linearly. In order to achieve convergence in such a case, it must be possible to find a topology that is entirely subjected to single stresses. Therefore, two parameters were modified: **the target degree of filling of the initial domain with material (ω) was increased by 0.5%, (i.e. to 12.5%) and the $move$ parameter was reduced to 0.015**. These modifications helped to achieve a stable optimisation process. The lowest achieved compliance was 0.052 Nm after 80 iterations in both cases (i.e. in tension only and compression only). In the non-biased case, the compliance approached 0.039 Nm after more than 700 iterations. The results obtained are similar to those of the original experiment. The non-biased case is shown in Figure 1b, the tension-only case in Figure 2a and the compression-only case in Figure 2c.

It should be noted that it was not possible to obtain a solution that was perfectly symmetrical with respect to the bridge using method 1 (Figure 1b), despite ensuring the symmetry of the system. In contrast, method 2 produced a solution symmetrical in relation to both axes (i.e. horizontal and vertical – Figure 1c).

Obtaining the results in the case of isotropic method 2 was not trivial.

The original procedure of modifying the weighting factor by the Z-factor, in order to ensure the mathematical correctness of the solution in the linear version ($\beta_p = 0$), prevented the convergence of the optimisation process, so it is proposed to modify the value of Ψ , as shown in Figure 3. As the initial density (ρ) of each finite element is equal to the desired degree of filling of the domain (ω), this value was used instead of 0.5. Furthermore, the final value of Ψ (i.e. after obtaining a 0-1 distribution) should be 1, so that the derivative of the constraint is not biased. The modification leads to equation (2)

$$\Psi(\sigma_{rat}, \rho) = \begin{cases} \frac{(\Psi - 1)\rho}{\omega} + 1 & \text{for } \rho < \omega \\ \frac{(\Psi - 1)(1 - \rho)}{1 - \omega} + 1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

where:

$\Psi(\sigma_{rat}, \rho)$ – weight coefficient dependent on a pseudo-density; Ψ – weight coefficient before the modification; ρ – pseudo-density; ω – target ratio of domain filling with the material.

materiału w wariancie niezmodyfikowanym – 15%, natomiast w przypadku materiału wyłącznie rozciąganego oraz wyłącznie ściskanego – 12%. Ze względu na macierz sztywności bliską osobliwej, zastosowano mnożnik modułu Younga. Ponadto zastosowano standardowe wartości współczynników kryteriów optymalności: $move = 0,2$; $\eta = 0,5$. Użyto standardowego filtra pochodnej podatności o promieniu filtra równym 1,1.

Zbieżność procesu w przypadku wariantu wyłącznie rozciąganego i wyłącznie ściskanego (metoda 1), przy standardowych wartościach parametrów, była wolna. Było to spodziewane, gdyż jeśli w materiale nie dopuszcza się ściskania/rozciągania, to zachowuje się on silnie nieliniowo. Chcąc osiągnąć zbieżność w takim przypadku, musi być możliwe znalezienie topologii, która w całości będzie poddana naprężeniom jednego znaku. W związku z tym zmodyfikowano dwa parametry: **zwiększono docelowy stopień wypełnienia początkowej dziedziny materiałem (ω) o 0,5%**, (tj. do 12,5%) oraz **zmniejszono parametr $move$ do 0,015**. Modyfikacje te pomogły osiągnąć stabilny proces optymalizacji. Najmniejsza osiągnięta podatność wynosiła 0,052 Nm po 80 iteracjach w obu przypadkach (tj. przy samym rozciąganiu i samym ściskaniu). W przypadku niezmodyfikowanym, podatność po ponad 700 iteracjach zbliżyła się do 0,039 Nm. Otrzymane wyniki są zbliżone do wyników eksperymentu źródłowego. Przypadek niezmodyfikowany przedstawiono na rysunku 1b, wyłącznie rozciągany na rysunku 2a, a wyłącznie ściskany na rysunku 2c. Należy podkreślić, że nie udało się uzyskać

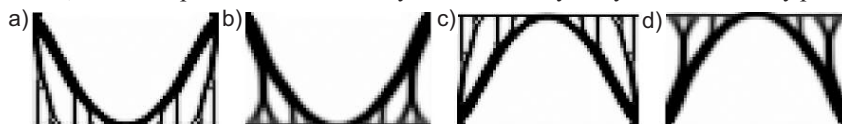


Fig. 2. Tension-only solution obtained by method 1 (a), tension-biased solution obtained by method 2 (b), compression-only solution obtained by method 1 (c) and compression-biased solution obtained by method 2 (d)

Rys. 2. Rozwiązanie w przypadku samego rozciągania metodą 1 (a), rozwiązanie zmodyfikowane w kierunku rozciągania otrzymane metodą 2 (b); rozwiązanie w przypadku samego ściskania metodą 1 (c) i rozwiązanie zmodyfikowane w kierunku ściskania otrzymane metodą 2 (d)

rozwiązania idealnie symetrycznego względem pomostu metodą 1 (rysunek 1b), mimo zapewnienia symetrii układu. Z kolei metoda 2 dała rozwiązanie symetryczne względem obu osi (tj. poziomej i pionowej – rysunek 1c).

Uzyskanie wyników w przypadku izotropowym metodą 2 nie było trywialne. Oryginalna procedura modyfikacji współczynnika wagowego współczynnikiem ζ , w celu zapewnienia matematycznej poprawności rozwiązania w wersji liniowej ($\beta_p = 0$), uniemożliwiła uzyskanie zbieżności procesu optymalizacji, dlatego też proponuję modyfikację wartości Ψ , jak pokazano na rysunku 3. W związku z tym, że początkowa gęstość (ρ) każdego elementu skończonego jest równa poszukiwanemu stopniowi wypełnienia dziedziny (ω), zastosowano tę wartość zamiast 0,5. Ponadto wartość końcowa Ψ (tj. po uzyskaniu rozkładu 0-1) powinna wynosić 1, aby pochodna ograniczenia nie była zmodyfikowana. Modyfikacja prowadzi do równania (2)

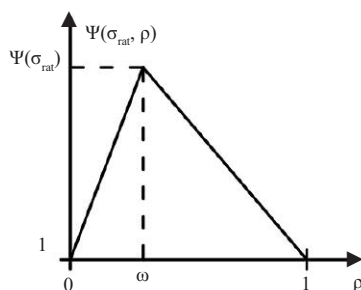


Fig. 3. Modification of Ψ factor allowing for convergence

Rys. 3. Modyfikacja współczynnika Ψ pozwalająca na uzyskanie zbieżności

$$\Psi(\sigma_{rat}, \rho) = \begin{cases} \frac{(\Psi - 1)\rho}{\omega} + 1 & \text{dla } \rho < \omega \\ \frac{(\Psi - 1)(1 - \rho)}{1 - \omega} + 1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

gdzie:

$\Psi(\sigma_{rat}, \rho)$ – współczynnik wagowy zależny od pseudogęstości; Ψ – współczynnik wagowy przed modyfikacją; ρ – pseudogęstość; ω – poszukiwany stopień wypełnienia dziedziny materiałem

In the non-biased case ($\Psi = 1$), the compliance value obtained after 28 iterations of method 2 was equal to 0.048 Nm using standard parameters for updating the design variable ($move = 0.2; \eta = 0.5$) and linear interpolation of the weighting factor. The resulting topology is shown in Figure 1c.

The optimisation result with the predominance of tensile stresses was achieved using a very small tension-biased displacement ($\Psi = 0.99$). A compliance of 0.051 Nm was obtained after 56 iterations. Similarly, a solution for the predominance of compressive stresses was obtained using $\Psi = 1.01$. The result was identical, with an equal number of iterations. The resulting topologies are shown in Figure 2b and 2d.

Example 2 – triple-span bridge. This example has been extended compared to the source experiment by adding a scheme with fixed pillar bases and horizontally sliding deck end supports to reflect more realistic design conditions for a typical bridge structure (Figure 4). The type of principal stresses is indicated by colours: red indicates tensile stresses; green indicates mixed stresses; and blue indicates that both principal stresses are compressive. The results of the optimisation are shown in Figures 5 ÷ 9.

W przypadku niezmodyfikowanym ($\Psi = 1$) wartość podatności uzyskana po 28 iteracjach metodą 2 była równa 0,048 Nm przy użyciu standardowych parametrów aktualizacji zmiennej podstawowej ($move = 0,2; \eta = 0,5$) i liniowej interpolacji współczynnika wagowego. Powstałą topologię przedstawiono na rysunku 1c.

Wynik optymalizacji przy przewadze naprężeń rozciągających osiągnięto, stosując bardzo małe przesunięcie w kierunku rozciągania ($\Psi = 0,99$). Podatność równą 0,051 Nm uzyskano po 56 iteracjach. Analogicznie, rozwiązanie przy przewadze naprężeń ściskających uzyskano przy użyciu $\Psi = 1,01$. Wynik był identyczny, przy jednakowej liczbie iteracji. Powstałe topologie przedstawiono na rysunku 2b i 2d.

Przykład 2 – most trójprzęsłowy. Przykład ten został rozszerzony w porównaniu z eksperymentem źródłowym przez dodanie schematu z nieruchomymi podstawami filarów i poziomo-przesuwными podporami końcowymi pomostu, aby odzwierciedlić bardziej realistyczne warunki projektowania typowego obiektu mostowego (rysunek 4). Kolorami oznaczono rodzaj naprężeń głównych: kolor czerwony oznacza naprężenia rozciągające; kolor zielony – naprężenia mieszane, natomiast kolor niebieski oznacza, że oba naprężenia główne są ściskające. Wyniki optymalizacji przedstawiono na rysunkach 5 ÷ 9.

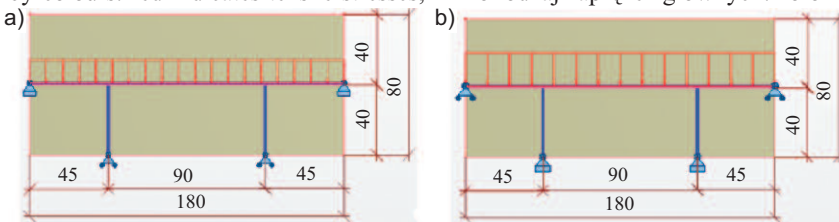


Fig. 4. Example 5: initial domain scheme with original (a) and modified (b) boundary conditions
Rys. 4. Przykład 5: początkowy schemat dziedziny z oryginalnymi (a) i zmodyfikowanymi (b) warunkami brzegowymi

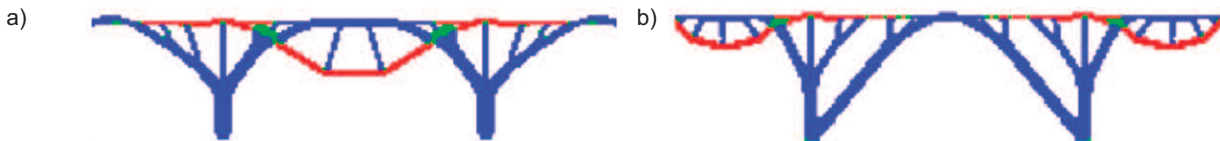


Fig. 5. Results for non-biased case, obtained from scheme (a) $\bar{\Theta} = 1$ and (b) $\bar{\Theta} = 0,72$
Rys. 5. Wyniki dotyczące przypadku niezmodyfikowanego, otrzymane dla schematu (a) $\bar{\Theta} = 1$ i (b) $\bar{\Theta} = 0,72$

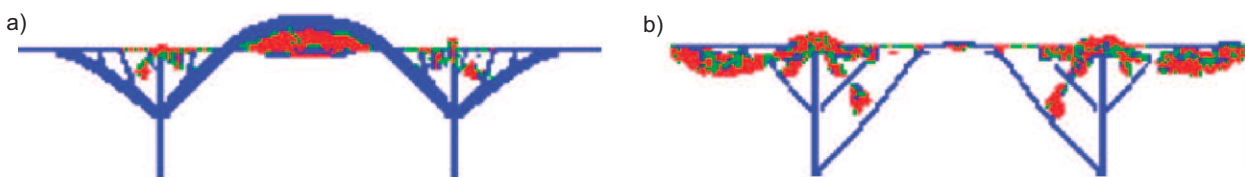


Fig. 6. Results obtained by method 1 with no tension, for scheme (a) and scheme (b) – no convergence in either case
Rys. 6. Wyniki otrzymane metodą 1 bez rozciągania, w przypadku schematu (a) i schematu (b) – brak zbieżności w obu przypadkach



Fig. 7. Results obtained by method 2 with compression bias ($\Psi = 10$) scheme (a) $\bar{\Theta} = 0,84$, scheme (b) $\bar{\Theta} = 0,82$
Rys. 7. Wyniki otrzymane metodą 2 z modyfikacją w kierunku ściskania ($\Psi = 10$) schemat (a) $\bar{\Theta} = 0,84$, schemat (b) $\bar{\Theta} = 0,82$

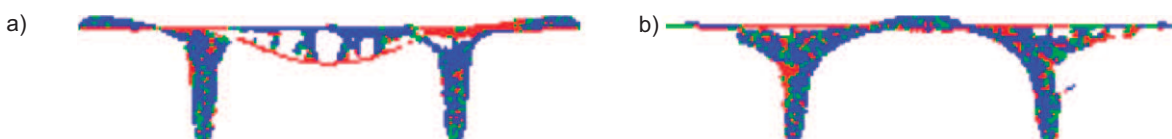


Fig. 8. Results obtained by method 1 with no compression, for scheme (a) and scheme (b) – no convergence in either case
Rys. 8. Wyniki otrzymane metodą 1 bez ściskania, w przypadku schematu (a) i schematu (b) – brak zbieżności w obu przypadkach

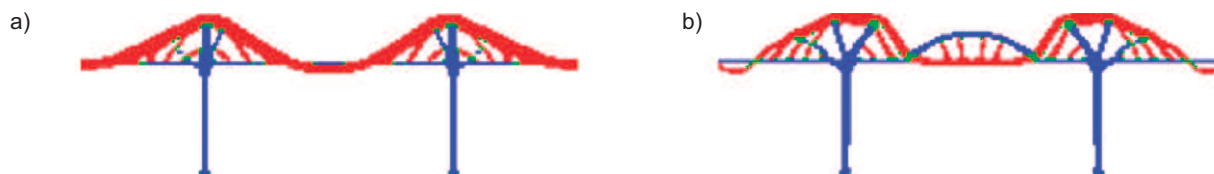


Fig. 9. Results obtained by method 2 with tension bias ($\Psi = 0,1$) scheme (a) $\bar{\Theta} = 0,84$, scheme (b) $\bar{\Theta} = 0,82$

Rys. 9. Wyniki otrzymane metodą 2 z modyfikacją w kierunku rozciągania ($\Psi = 0,1$) schemat (a) $\bar{\Theta} = 0,84$, schemat (b) $\bar{\Theta} = 0,82$

Discussion of results and conclusions

This paper presents a comparison of two exemplary methods for stress-biased Topology Optimisation. In addition, some modifications to the base methods have been made to achieve convergence and reduce the number of input parameters.

Using method 1, it was possible to obtain convergent solutions only in the first example. This is due to the fact that this method completely neglects mixed elements (i.e. stress-biased principal elements). In contrast, method 2 achieved convergence in both cases. The compliance obtained in the case with a stress bias (example 1) was comparable in both methods – 0.052 Nm in method 1 vs 0.051 Nm in method 2. However, it took much longer to reach a given value using method 1 than method 2 (80 iterations vs. 56 iterations in method 2). In the second example, it was shown that different boundary conditions have a large impact on the resulting topology, so when making assumptions for optimisation, it is important to make sure that the static scheme properly represents the actual boundary conditions.

Analysis of the results showed that method 1, although easier to implement, is not suitable for all cases, as the rejection of mixed finite elements (i.e. stress-biased principal elements) often fails to converge. On the other hand, the second method has proven to be stable and easy to adapt to obtain optimal topologies in both cases.

Further research will include the use of neural networks for stress-biased topology optimisation.

Received: 27.05.2024

Revised: 17.06.2024

Published: 23.09.2024

Omówienie wyników i wnioski

W artykule przedstawiono porównanie dwóch przykładowych podejść do optymalizacji topologii o zmodyfikowanym udziale naprężeń o przeciwnych znakach (z ang. *Stress-biased Topology Optimization*). Ponadto wprowadzono pewne modyfikacje metod bazowych, mające na celu uzyskanie zbieżności i zmniejszenie liczby parametrów wejściowych.

Metodą 1 udało się uzyskać zbieżne rozwiązania jedynie w pierwszym przykładzie. Jest to spowodowane faktem, iż metoda ta całkowicie pomija elementy mieszane (tj. elementy z naprężeniami głównymi o przeciwnych znakach). Z kolei metoda 2 pozwoliła uzyskać zbieżność w obu przypadkach. Zgodność uzyskana w przypadku o zmodyfikowanym udziale naprężeń o przeciwnych znakach (przykład 1) była porównywalna w obu metodach – 0,052 Nm w metodzie 1 vs 0,051 Nm w metodzie 2. Osiągnięcie danej wartości metodą 1 trwało jednak znacznie dłużej niż metodą 2 (80 iteracji vs 56 iteracji w metodzie 2). W drugim przykładzie wykazano, że różne warunki brzegowe mają duży wpływ na otrzymaną topologię, dlatego przyjmując założenia do optymalizacji, trzeba się upewnić, że schemat pracy statycznej właściwie odwzorowuje rzeczywiste warunki brzegowe.

Analiza wyników wykazała, że metoda 1, choć prostsza w implementacji, nie nadaje się do zastosowania w każdej sytuacji, gdyż odrzucenie mieszanych elementów skończonych (tj. elementów o naprężeniach głównych o przeciwnych znakach) często nie pozwala na uzyskanie zbieżności. Metoda druga natomiast okazała się stabilna i łatwa do dostosowania w celu uzyskania optymalnych topologii w obu przypadkach.

Dalsze badania będą obejmować wykorzystanie sieci neuronowych do optymalizacji topologii o zmodyfikowanym udziale naprężeń o przeciwnych znakach.

Wpłynął do redakcji: 27.05.2024 r.

Otrzymano poprawiony po recenzjach: 17.06.2024 r.

Opublikowano: 23.09.2024 r.

Literature

- [1] Achtziger W. Truss topology optimization including bar properties different for tension and compression. *Struct Optimization*. 1996; 63–74.
- [2] Querin OM, Victoria M, Martí P. Topology optimization of truss-like continua with different material properties in tension and compression. *Struct Multidiscip O*. 2010; <https://doi.org/10.1007/s00158-009-0473-2>.
- [3] Cai K, Shi J, Wang ZZ. Tension/compression-only optimal stiffness design with displacement constraint. In: 2010 International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation, ICICTA 2010. pp 678–681.
- [4] Cai K. A simple approach to find optimal topology of a continuum with tension-only or compression-only material. *Struct Multidiscip O*. 2011; <https://doi.org/10.1007/s00158-010-0614-7>.
- [5] Liu S, Qiao H. Topology optimization of continuum structures with different tensile and compressive properties in bridge layout design. *Struct Multidiscip O*. 2011; <https://doi.org/10.1007/s00158-010-0567-x>.
- [6] Victoria M, Querin OM, Martí P. Generation of strut-and-tie models by topology design using different material properties in tension and compression. *Struct Multidiscip O*. 2011; <https://doi.org/10.1007/s00158-011-0633-z>.
- [7] Bruggi M, Duysinx P. A stress-based approach to the optimal design of structures with unilateral behavior of material or supports. *Struct Multidiscip O*. 2013; <https://doi.org/10.1007/s00158-013-0896-7>.
- [8] Bruggi M. Finite element analysis of no-tension structures as a topology optimization problem. *Struct Multidiscip O*. 2014; <https://doi.org/10.1007/s00158-014-1093-z>.
- [9] Bruggi M. A numerical method to generate optimal load paths in plain and reinforced concrete structures. *Comput Struct*. 2016; <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2016.03.012>.
- [10] Gaganelis G, Jantos DR, Mark P, Junker P. Tension/compression anisotropy enhanced topology design. *Struct Multidiscip O*. 2019; <https://doi.org/10.1007/s00158-018-02189-0>.
- [11] Smarslik M, Ahrens MA, Mark P. Toward holistic tension- or compression-biased structural designs using topology optimization. *Eng Struct*. 2019; <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109632>.
- [12] Andreassen E, Clausen A, Schevenels M, Lazarov BS, Sigmund O. Efficient topology optimization in MATLAB using 88 lines of code. *Struct Multidiscip O*. 2011; <https://doi.org/10.1007/s00158-010-0594-7>.