

dr inż. Krzysztof Klempka¹⁾
ORCID: 0000-0002-5144-6681
dr inż. Ireneusz Dyka^{1)*}
ORCID: 0000-0002-0996-264X

Uwzględnienie sztywności posadowienia w projektowaniu smukłych słupów żelbetowych w halach parterowych

Consideration of foundation stiffness in the design of slender reinforced concrete columns in single-story frame structures

DOI: 10.15199/33.2024.02.03

Streszczenie. W projektowaniu konstrukcji parterowych hal istotne jest uwzględnienie sztywności posadowienia, która wpływa na wartość momentów zginających w słupach. W artykule przedstawiono metodę i przykłady obliczeń drugiego rzędu uwzględniające wpływ sztywności podpory na rozkład momentów zginających w słupach wspartych na stopach oraz palach fundamentowych. Przedstawiona metoda pozwala na bardziej precyzyjne, bezpieczne i optymalne projektowanie smukłych słupów żelbetowych.

Słowa kluczowe: smukły słup żelbetowy; efekty drugiego rzędu; sztywność posadowienia; fundament palowy.

Abstract. In the design of single-story frame structures, it is important to consider the foundation stiffness, which affects the value of bending moments in columns. The article presents a method and examples of second-order calculations that take into account the effect of support stiffness on the distribution of bending moments in columns supported on footings and foundation piles. The presented method allows more precise, safe and optimal design of slender reinforced concrete columns.

Keywords: slender reinforced concrete column; second-order effects; foundation stiffness; pile foundation.

W ciągu dwóch ostatnich dekad znacznie zwiększyło się zapotrzebowanie na hale o dużej kubaturze wykorzystywane jako obiekty magazynowe, logistyczne itp. Często w tych obiektach konstrukcję nośną przekrycia stanowią słupy żelbetowe (fotografia). Jednym z głównych czynników wpływających na wzrost liczby budowanych hal jest dostępność nowych terenów inwestycyjnych związana z rozwojem sieci drogowych. Często są to tereny o trudnych warunkach geotechnicznych (np. nieużytki, tereny rolne), co wymusza projektowanie układów smukłych słupów żelbetowych na gruntach o dużej podatności oraz nienośnych, a także stosowanie dodatkowych wzmocnień w postaci pali.

Przepisy normy PN-B-03264:2002 ograniczały smukłość słupów do wartości $l_0/i = 104$ (l_0 – długość efektywna; i – promień bezwładności przekroju) i nie wymagały uwzględnienia wpływu podatności podłoża na przyrost momentów zginających. Po wprowadzeniu Eurokodów nastąpiło zniesienie ograni-

¹⁾ Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie, Wydział Geoinżynierii

^{*} Adres do korespondencji: i.dyka@uwm.edu.pl



Smukłe słupy żelbetowe Fot. A. Sikorski
Slender reinforced concrete columns
Photo: A. Sikorski

czeń dotyczących smukłości, co w połączeniu ze stosowaniem coraz lepszych materiałów umożliwia projektowanie słupów znacznie smuklejszych niż dawniej. Wiąże się to z koniecznością dokładnych analiz oraz uwzględnienia interakcji podłoże gruntowe – konstrukcja zgodnie p. 5.8.7 Eurokodu 2 [1].

Zagadnienie wpływu smukłości w obliczeniach słupów żelbetowych było tematem wielu publikacji naukowych, np. [2 – 6]. W wyniku ugięcia słupów na skutek efektów I i II rzędu następuje przyrost mimośrodków działania sił podłużnych, a tym samym momentów zginających w słupach. Obrót fundamentu powoduje dodatkowy przyrost momentów, który w niektórych konstrukcjach

może być istotny. W artykule przedstawiono sposób uwzględnienia sztywności fundamentów posadowionych bezpośrednio oraz na palach, który może zostać wykorzystany w projektowaniu słupów żelbetowych.

Obliczenia przyrostu momentów związanych z efektami II rzędu można wykonać metodą uproszczoną lub ogólną. W przykładach przedstawionych w artykule wykonano je metodą ogólną, polegającą na analizie II rzędu z uwzględnieniem sztywności nominalnych (metody obliczeń zostały opisane w publikacjach [7 – 9]).

Sposób uwzględnienia podatności podłoża w projektowaniu słupów

W celu uwzględnienia obrotu stopy fundamentowej w obliczeniach statycznych ram proponuje się przyjąć za model podpory słupa fikcyjny pręt o schemacie jak na rysunku 1c o długości L i sztywności EI . Kąt obrotu na podporze fikcyjnego pręta wywołany momentem M można obliczyć ze wzoru:

$$\varphi = ML/3EI \quad (1)$$

natomiast kąt obrotu fundamentu na podłożu Winklera (rysunek 1a) ze wzoru:

$$\varphi = M/I_F C_z \quad (2)$$

gdzie:

I_F – moment bezwładności pola podstawy fundamentu;

C_z – współczynnik sprężystości podłoża.

Korzystając ze wzorów (1) i (2), otrzymujemy zależność umożliwiającą wyznaczenie sztywności giętej fikcyjnego pręta:

$$M/\varphi = 3EI/L = I_F C_z \quad (3)$$

Współczynnik C_z zależy nie tylko od fizycznych właściwości gruntu, ale również od wymiarów fundamentu. Korzystając z pracy Gorbunowa-Posadowa [10] oraz Lewińskiego [11], rozpatrując grunt jako jednorodną półprzestrzeń sprężystą o cechach określonych modułem E_0 i współczynnikiem Poissona ν_0 , współczynnik C_z można obliczyć z zależności:

$$C_z = \frac{\pi E_0 b l^2}{4I_F (1-\nu_0^2)} \quad (4)$$

gdzie:

l – połowa długości fundamentu;

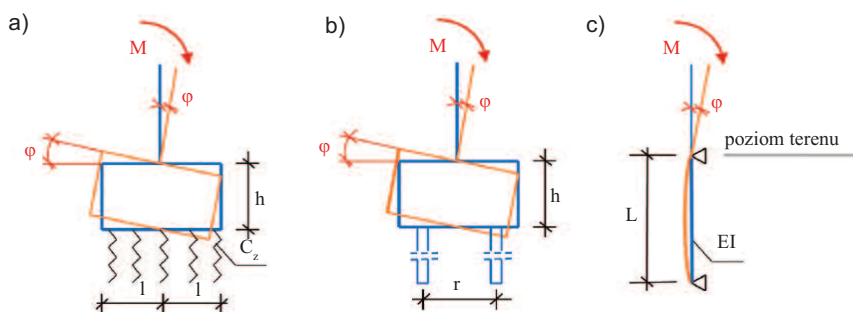
b – szerokość fundamentu.

Uwzględniając

$$I_F = \frac{b'(2l)^3}{12} = \frac{2}{3} b' l^3$$

otrzymuje się wzór

$$C_z = \frac{3\pi E_0}{8l (1-\nu_0^2)} \quad (5)$$



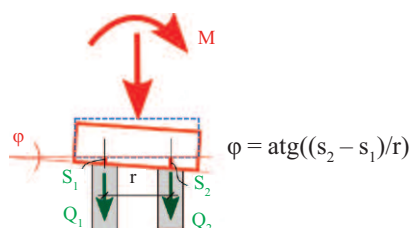
Rys. 1. Fundament na podłożu sprężystym (a); fundament na palach (b); sposób modelowania wpływu podłoża w obliczeniach statycznych fundamentu (c)

Fig. 1. Foundation on elastic subgrade (a); pile foundation (b); the way of modelling the influence of subgrade in static calculations of the foundation (c)

Przedstawione podejście odnosi się do podłoża traktowanego jako jednorodną półprzestrzeń sprężystą. W przypadku dowolnie uwarstwionego podłoża gruntowego wartość kąta obrotu podpory można otrzymać na podstawie obliczeń statycznych stopy fundamentowej dowolną, sprawdzoną metodą. Sposób postępowania jest analogiczny jak w przypadku fundamentu palowego,

kiedy kąt obrotu fundamentu φ nie zależy bezpośrednio od sztywności podłoża. Wartość kąta obrotu φ otrzymuje się jako wynik obliczenia przemieszczenia poszczególnych pali w fundamencie z uwzględnieniem ich rozmieszczenia oraz wzajemnego oddziaływania (rysunek 2).

Model obliczeniowy podpory palowej wymaga przyjęcia profilu geotechnicznego wzdłuż całej długości pala oraz poniżej jego stopy z podziałem na warstwy z odpowiednio dobranymi parametrami. Podstawowym problemem będzie wybór odpowiedniej metody obliczania osiadania pali pojedynczych oraz w grupie. Otrzymany kąt obrotu φ pozwala na prze-



Rys. 2. Schemat do obliczeń osiadania i obrotu fundamentu palowego: Q_1, s_1 – obciążenie i osiadanie pala 1; Q_2, s_2 – obciążenie i osiadanie pala 2; r – rozstaw osiowy pali
Fig. 2. Scheme for calculating settlement and rotation of pile foundation; Q_1, s_1 – load and settlement of pile 1; Q_2, s_2 – load and settlement of pile 2; r – axial spacing of piles

prowadzenie obliczeń statycznych słupa z uwzględnieniem teorii II rzędu.

Uwzględnienie sztywności podpory palowej w algorytmie obliczeń prowadzi do uzyskania nowych wartości sił wewnętrznych oraz sił węzłowych (reakcji). Opisana procedura wymaga zastosowania obliczeń iteracyjnych wg schematu:

A) wykonanie obliczeń statycznych ustroju konstrukcyjnego hali przy zało-

żeniu utwierdzenia słupów w jego podporach; otrzymanie sił węzłowych;

B) wyznaczenie obciążeń na pal Q_i , sprawdzenie stanu granicznego nośności pala, obliczenie osiadania pali i obrotu fundamentu (rysunek 2);

C) wykonanie obliczeń statycznych ustroju konstrukcyjnego hali wg teorii II rzędu, z uwzględnieniem sztywności obrotowej podpór palowych; otrzymanie nowych wartości sił węzłowych;

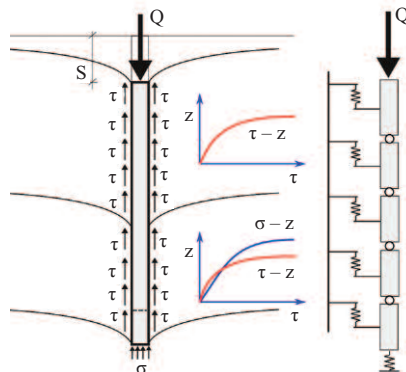
D) wyznaczenie nowych obciążeń na pal Q_i , sprawdzenie stanu granicznego jego nośności, obliczenie osiadania pali i obrotu fundamentu, jak w kroku B.

Kroki B i D wykonuje się aż do otrzymania zbieżności wyników. Zwykle obliczenia wymagają 2 – 3 iteracji.

Metoda obliczania osiadania fundamentu palowego

Osiadanie fundamentu palowego odnosi się do osiadania każdego z pali pojedynczych oraz wzajemnych interakcji z palami sąsiednimi. Pal fundamentowy obciążony siłą osiową transferuje obciążenie do otaczającego ośrodka gruntowego za pośrednictwem oporu mobilizowanego na pobocznicy (tarcie) i w podstawie pala (docisk), co przedstawia rysunek 3.

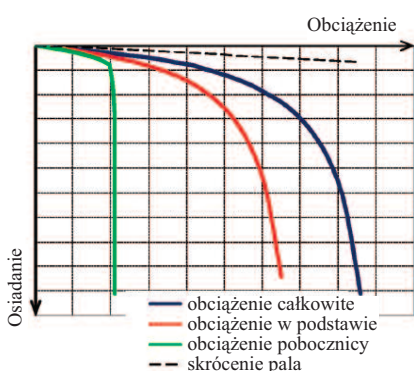
Wielkość oporu mobilizowanego na pobocznicy pala w poszczególnych warstwach oraz pod podstawą może być powiązana z wielkością przemieszczenia (odkształcenia). Związek ten opisywany jest przez tzw. funkcje transformacyjne τ - z oraz σ - z (rysunek 3). Opracowano wiele propozycji funkcji transformacyjnych opisanych matematycznie na podstawie empirycznie uzyskanych wyników oraz rozwiązań teore-



Rys. 3. Model obliczeniowy w analizie pali obciążonych siłą osiową

Fig. 3. Design model in the analysis of piles loaded with axial force

tycznych [12 – 19]. W algorytmie metody numerycznej pal opisany modułem sprężystości Younga jest modelowany za pomocą elementów z podporami sprężystymi w węzłach. Charakterystykę podpór określa funkcja transformacyjna, która odzwierciedla mobilizowany opór podłoża gruntowego (rysunek 3). Jako wynik analizy numerycznej uzyskuje się wartości sił generowanych w poszczególnych węzłach oraz ich przemieszczenia. Obliczenia kolejnych przyrostów obciążenia pozwalają na uzyskanie nieliniowych krzywych osiadania (obciążenia), które charakteryzują zachowanie pala w pełnym zakresie jego obciążenia (rysunek 4). Dodatkowo otrzymujemy rozdział całkowitej siły



Rys. 4. Przykład krzywych osiadania w przypadku pala pojedynczego

Fig. 4. Example of settlement curves for a single pile

osiowej na opór podstawy i opór poboczniczy. Wynik otrzymuje się na podstawie analiz numerycznych [15, 20]. Przy obliczaniu fundamentu palowego wg tego schematu rezygnuje się z klasycznego pojęcia nośności pala na rzecz prognozy krzywej osiadania pala, czyli ustalenia jego charakterystyki obciążenie-osiadanie (Q-s). Taka koncepcja projektowa jest bardziej racjonalna od podejścia klasycznego i dostarcza użytecznych danych w projektowaniu słupów hal magazynowych.

W fundamentach stanowiących grupę pali należy dodatkowo wziąć pod uwagę wzajemne oddziaływanie między palami [20 – 24]. Osiadanie pali sąsiadujących ze sobą wynika z osiadania pojedynczego pala obciążonego siłą osiową oraz wzajemnego oddziaływania między palami. W przypadku, gdy fundament opiera się na grupie n pali, to osiadanie i -tego pala

z uwzględnieniem oddziaływania między palami może być obliczone wg wzoru:

$$s_{G,i} = s_i + \sum_{j=1}^n (s_{ij} - s_i), \text{ dla } j \neq i \quad (6)$$

gdzie:

s_i – osiadanie pojedynczego pala i pod wpływem obciążenia Q_i ;

s_{ij} – osiadanie pary pali i i j obciążonych siłami Q_i oraz Q_j .

Powoduje to większe osiadania pali w grupie ($s_{G,i}$) w porównaniu z osiadaniem tych samych pali rozpatrywanych jako pojedyncze (s_i, s_j).

Do obliczenia osiadania pali w grupie opracowano metodę [20], bazującą na metodzie hybrydowej przedstawionej przez Chowa [24]. W przypadku pali pojedynczych zastosowano rozwiązanie pozwalające na tworzenie nieliniowych krzywych osiadania pala fundamentowego. Metoda ta była rozwijana i ulepszana na podstawie analiz wyników badań nieliniowego zachowania gruntów oraz próbnych obciążeń pali w warunkach terenowych. Na podstawie tych prac opracowano własny program komputerowy napisany w języku FORTRAN, który został zastosowany w przypadku obliczeń przedstawionych w artykule.

W metodzie analizy pala pojedynczego zastosowano model nieliniowo-sprężysto-plastyczny, który odzwierciedla nieliniowość pracy pala przed osiągnięciem nośności granicznej w strefie kontaktowej pal-grunt. Nieliniowa charakterystyka zachowania pala została opisana funkcją zmiany wartości (degradacja) modułu ścinania w funkcji mobilizowanego oporu gruntu lub jego odkształcenia. W przypadku poboczniczy pala charakterystyka bazuje na rozwiązaniu zaproponowanym przez Randolpha i Wrotha [14].

Ugięcie podpory pod podstawą pala s_b (osiadanie podstawy) pod wpływem siły P_b , na podstawie rozwiązania Bousinesqa, opisane jest równaniem:

$$s_b = \frac{P_b}{R_b G_b} \frac{(1-\nu_b)}{4} \mu_d \quad (7)$$

gdzie:

R_b – promień podstawy pala;

G_b – moduł odkształcenia postaciowego gruntu pod podstawą pala;

ν_b – współczynnik Poissona;

μ_d – współczynnik wpływu zagłębienia podstawy, $\mu_d = 0,5$.

W wydzielonej warstwie gruntowej moduł ścinania G maleje wraz z przyrostem obciążenia wg przyjętej funkcji de-

gradacji. Funkcja zmienności modułu G była tematem wielu projektów badawczych i publikacji naukowych. Zagadnienia interpretacji badań służących do wyznaczania początkowego modułu ścinania G_{\max} oraz przebiegu jego degradacji przedstawiono w [25, 26].

Do opisu mechanizmu degradacji modułu odkształcenia gruntu zastosowano funkcję autorstwa Faheya i Cartera [27] opisującą styczną wartość modułu ścinania malejącą w funkcji przyrostu mobilizowanego oporu gruntu na poboczniczy:

$$G = G_{\max} \frac{\left(1 - \left(\frac{\tau}{\tau_f}\right)^w\right)^2}{1 - (1-w)\left(\frac{\tau}{\tau_f}\right)} \quad (8)$$

gdzie:

G_{\max} – początkowy moduł ścinania;

τ – aktualny, mobilizowany opór gruntu;

τ_f – graniczny opór gruntu;

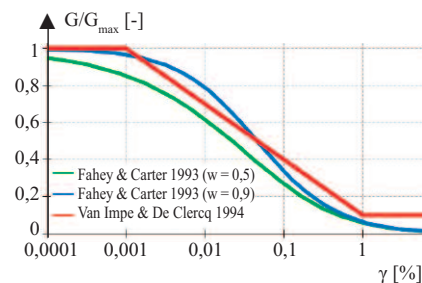
w – parametr równania ($w = 0,2 \div 1,0$).

Do opisu zachowania podstawy zastosowano funkcje autorstwa Van Impe i De Clercq [28]:

$$G = \begin{cases} G_{\max} & \text{gdy } \gamma \leq 10^{-5} \\ -G_{\max}(0,3 \cdot \log \gamma + 0,5) & \text{gdy } \gamma \in (10^{-5}, 10^{-2}) \\ 0,1 \cdot G_{\max} & \text{gdy } \gamma \geq 10^{-5} \end{cases} \quad (9)$$

gdzie: γ – odkształcenie postaciowe gruntu.

Na rysunku 5 przedstawiono wybrane funkcje degradacji modułu ścinania. Zastosowanie procedury numerycznej umożliwia wyznaczenie krzywej obciążenie-osiadanie pala pojedynczego. Dodatkowo wyniki pozwalają na podział i analizę obciążenia całkowitego na część przenoszoną przez pobocznicę oraz podstawę w przypadku kolejnych stopni obciążenia głowicy pala. Model obliczeniowy podłoża jest scharakteryzowany warstwami geotechnicznymi,



Rys. 5. Porównanie wybranych funkcji degradacji modułu ścinania

Fig. 5. Comparison of selected functions of shear modulus degradation

kóre opisane są przez: początkowy moduł ścinania G_{\max} ; graniczny opór ścinania na pobocznicę τ_f i graniczny opór pod podstawą pała q_f . Parametry te mogą być wyznaczone metodą pośrednią na podstawie wyników badania sondą statyczną CPT [29 – 31]. Oddziaływanie między palami uwzględnione jest przez wykorzystanie klasycznego rozwiązania teorii sprężystości, odnoszącego się do analizy punktów wewnątrz półprzestrzeni sprężystej (zagadnienie Mindlina).

Przykłady

Obliczenia wykonano metodą ścisłą opisaną w [9], polegającą na analizie II rzędu z uwzględnieniem sztywności nominalnych z wykorzystaniem programu RM-WIN. Nominalne sztywności (p.5.8.7.2 Eurokod 2 [1]) zależą od ilości zbrojenia. Projektując słupy, należy założyć zbrojenie, co pozwoli obliczyć powiększony moment zginający oraz potrzebne zbrojenie. Wynik otrzymuje się zatem metodą iteracji, po uzyskaniu racjonalnego poziomu zgodności zbrojenia założonego i obliczonego. Obliczenia przeprowadzono zarówno w przypadku pełnego utwierdzenia słupów, jak również zamocowania słupa w stopie fundamentowej posadowionej na podłożu sprężystym (przykład 1) oraz w fundamencie posadowionym na palach (przykład 2). Przyjęto, że słupy mają jednakowe przekroje poprzeczne $b \times h = 0,40 \text{ m} \times 0,45 \text{ m}$, stal RB500, beton C30/37.

Przykład 1. Obliczeniowe siły podłużne w słupach hali dwunawowej (rysunek 6) wynoszą $P_1 = 400 \text{ kN}$ w słupach skrajnych i $P_2 = 850 \text{ kN}$ w słupie wewnętrznym, a przyjęta siła pozioma wywołana parciem i ssaniem wiatru $H = 35 \text{ kN}$. Założono, że sztywna konstrukcja dachu wymusza jednakowe poziome przemieszczenia górnych końców wszystkich słupów. W słupach skrajnych przyjęto zbrojenie $4 \phi 20$ ($A_s = 12,56 \text{ cm}^2$), a w słupach wewnętrznych $6 \phi 20$ ($A_s = 18,84 \text{ cm}^2$) po każdej stronie przekroju, $a = 4,0 \text{ cm}$. Ponadto przyjęto pod słupami skrajnymi stopy fundamentowe o wymiarach $2,4 \times 1,8 \text{ m}$, a pod słupem wewnętrznym $3,0 \times 2,0 \text{ m}$ posadowione na gruncie spoistym, twardoplastycznym $\alpha_L = 0,20$, $E_0 = 17 \text{ MPa}$, $\nu = 0,32$.

Obliczono momenty bezwładności pola podstawy stopy, współczynniki podatności gruntu oraz sztywność giętną fikcyjnych prętów modelujących podpory stopy pod słupem skrajnym:

$$I_F = (2/3)b^3l^3 = (2/3)1,8 \cdot 1,2^3 = 2,07 \text{ m}^4;$$

$$C_z = (3\pi/8l)(E_0/(1 - \nu_0^2)) = 3\pi/8 \cdot 1,2 / 17/(1 - 0,32)^2 = 18,59 \text{ MN/m}^4;$$

$$3EI/L = I_F C_z = 2,07 \cdot 18,59 = 38,48 \text{ MNm.}$$

oraz wewnętrznym :

$$I_F = (2/3)b^3l^3 = (2/3)2 \cdot 1,5^3 = 4,5 \text{ m}^4$$

$$C_z = (3\pi/8l)(E_0/(1 - \nu_0^2)) = 3\pi/8 \cdot 1,5 / 17/(1 - 0,32)^2 = 14,87 \text{ MN/m}^4$$

$$3EI/L = I_F C_z = 4,5 \cdot 14,87 = 66,92 \text{ MNm.}$$

Imperfekcje wg p.5.2 Eurokodu 2 [1]

$$\alpha_h = 2/\sqrt{l} = 2/\sqrt{7,5} = 0,730$$

$$\alpha_m = \sqrt{0,5(1 + 1/m)} = \sqrt{0,5(1 + 1/3)} = 0,816.$$

Kąt pochylenia słupów

$$\theta_i = \theta_0 \alpha_h \alpha_m = (1/200)0,730 \cdot 0,816 = 0,00298.$$

Siły poziome wywołane przez imperfekcje:

w słupach skrajnych

$$H_1 = \theta_i P_1 = 0,00298 \cdot 400 = 1,19 \text{ kN};$$

w słupach środkowych

$$H_2 = \theta_i P_2 = 0,00298 \cdot 850 = 2,53 \text{ kN.}$$

Obliczeniowy moduł sprężystości betonu $E_{cd} = 26670 \text{ MPa}$, moment bezwładności $I_c = 3,0375 \times 10^{-3} \text{ m}^4$. Współczynniki k_1 i k_2 wg p. 5.8.7.2 Eurokod 2 [1]:

$$k_1 = \sqrt{f_{ck}/20} = \sqrt{30/20} = 1,225 \text{ w przypadku}$$

$$l_0 = 2l_{\text{col}} = 2 \cdot 7,5 = 15,0; \text{ promień bezwładności } i = h/2\sqrt{3} = 0,45/2\sqrt{3} = 0,1299 \text{ m};$$

$$\text{smukłość } \lambda = l_0/i = 15,0/0,1299 = 115,5.$$

Przyjęto efektywny współczynnik pełzania $\varphi_{ef} = 2,4$.

W słupach skrajnych:

$$n = N_{Ed}/(A_c f_{cd}) = 400/(0,40 \times 0,45 \times 21,43 \times 10^3) = 0,104,$$

$$k_2 = n \cdot \lambda / 170 = 0,104(115,5/170) = 0,071 \leq 0,20.$$

Moment bezwładności zbrojenia

$$I_s = 2A_s(h/2 - a_1)^2 = 2 \times 12,56 \times 10^{-4} (0,45/2 - 0,040)^2 = 8,60 \times 10^{-5} \text{ m}^4.$$

$$\text{Współczynnik } K_c = k_1 k_2 / (1 + \varphi_{ef}) = 1,225 \times 0,071 / (1 + 2,4) = 0,026 \text{ i } K_s = 1.$$

Nominalna sztywność słupów skrajnych:

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s = 0,026 \times 26670 \times 3,0375 \times 10^{-3} + 1,0 \times 200 \times 10^3 \times 8,60 \times 10^{-5} = 19,31 \text{ MNm}^2.$$

W słupie wewnętrznym:

$$n = N_{Ed}/(A_c f_{cd}) = 850/(0,40 \times 0,45 \times 21,43 \times 10^3) = 0,220;$$

$$k_2 = n \cdot \lambda / 170 = 0,220(115,5/170) = 0,15 \leq 0,20;$$

$$K_c = k_1 k_2 / (1 + \varphi_{ef}) = 1,225 \times 0,15 / (1 + 2,4) = 0,054 \text{ i } K_s = 1.$$

Moment bezwładności zbrojenia

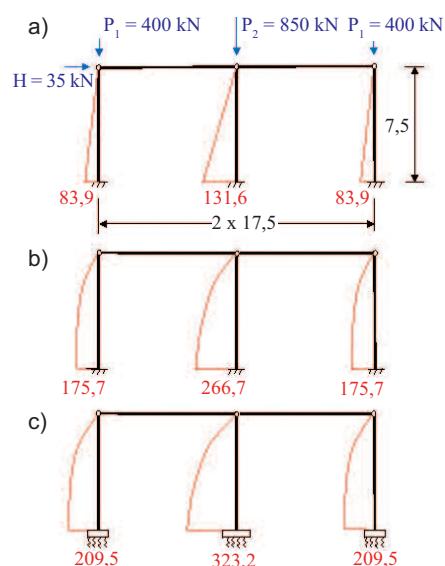
$$I_s = 2A_s(h/2 - a_1)^2 = 2 \times 18,84 \times 10^{-4} (0,45/2 - 0,040)^2 = 12,89 \times 10^{-5} \text{ m}^4.$$

Nominalna sztywność słupa wewnętrznego:

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s = 0,054 \times 26670 \times 3,0375 \times 10^{-3} + 1,0 \times 200 \times 10^3 \times 12,89 \times 10^{-5} = 30,15 \text{ MNm}^2.$$

Wynik obliczenia wg teorii I rzędu z nominalnymi sztywnościami słupów przedstawiono na rysunku 6a, wg teorii II rzędu na rysunku 6b, a z uwzględnieniem podatności podłoża na rysunku 6c oraz w tabeli 1.

Przykład 2. Obliczeniowe siły podłużne w słupach hali trójnawowej wy-



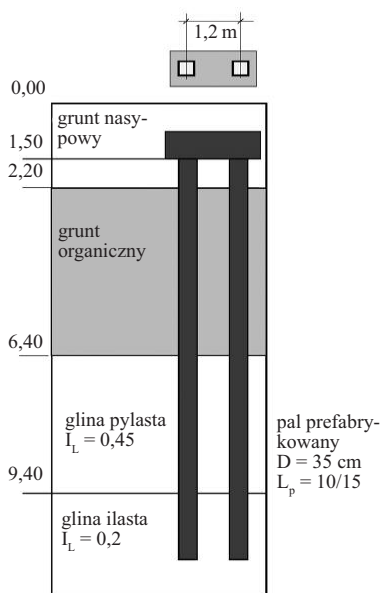
Rys. 6. Schemat ramy z przykładu 1 oraz rozkład momentów zginających wg teorii I rzędu (a); momenty zginające w słupach wg teorii II rzędu w przypadku: pełnego utwierdzenia (b), posadowienia na podłożu sprężystym (c). Momenty podano w [kNm]

Fig. 6. Diagram of the frame of example 1 and bending moments in columns according to the first-order theory (a); bending moments calculated according to the second-order theory in case of: full restraint (b), taking subsoil susceptibility (c). The moments are given in [kNm]

Tabela 1. Przykład 1 – wyniki obliczeń
Table 1. Example 1 – calculation results

Obliczone wielkości	Słupy skrajne, $P_1 = 400 \text{ kN}$		Słupy wewnętrzne, $P_2 = 850 \text{ kN}$	
	utwierdzona	podatna	utwierdzona	podatna
M [kNm]	175,7	209,5	266,7	323,2
$I_{Fz} = M/\varphi$ [MNm]	38,5		66,9	

noszą: $P_1 = 500$ kN w słupach skrajnych; $P_2 = 1000$ kN w słupach wewnętrznych, a siła pozioma $H = 40$ kN. Mimośród reakcji od obciążenia przekryciem w słupach skrajnych jest równy 0,15 m. Podobnie jak w przykładzie 1 założono, że sztywna konstrukcja dachu wymusza jednakowe poziome przemieszczenia górnych końców wszystkich słupów. W słupach skrajnych przyjęto zbrojenie $3\phi 25$ ($A_s = 14,73$ cm²), a w słupach wewnętrznych $5\phi 25$ ($A_s = 24,55$ cm²) po każdej stronie przekroju, $a = 4,8$ cm. Przyjęte warunki geotechniczne przedstawiono na rysunku 7.



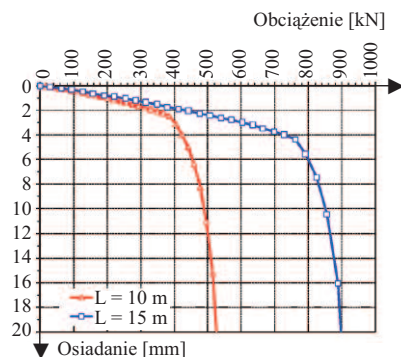
Rys. 7. Przyjęty obliczeniowy profil geotechniczny
Fig. 7. Adopted design geotechnical profile

Przyjęto podpory palowe pod słupami w postaci żelbetowych oczepów prostokątnych zwieńczających głowice dwóch pali (żelbetowe, prefabrykowane, wbijane, o przekroju kwadratowym 0,35×0,35 m) o rozstawie osiowym $r = 1,2$ m. Długość pali ($L_p = 10$ i 15 m) została dobrana wg założeń metody stanów granicznych tak, aby otrzymać w każdym przypadku podobny stopień zapasu nośności (zapewniając spełnienie warunku stanu granicznego nośności pali obciążonych siłami wciśkającymi). Parametry do obliczenia fundamentu palowego zestawiono w tabeli 2. Warunki były jednakowe dla wszystkich słupów. Na rysunku 8 przedstawiono krzywe osiadania pali otrzymane na podstawie obliczeń prezentowaną metodą.

Tabela 2. Parametry przyjęte do obliczeń osiadania pali

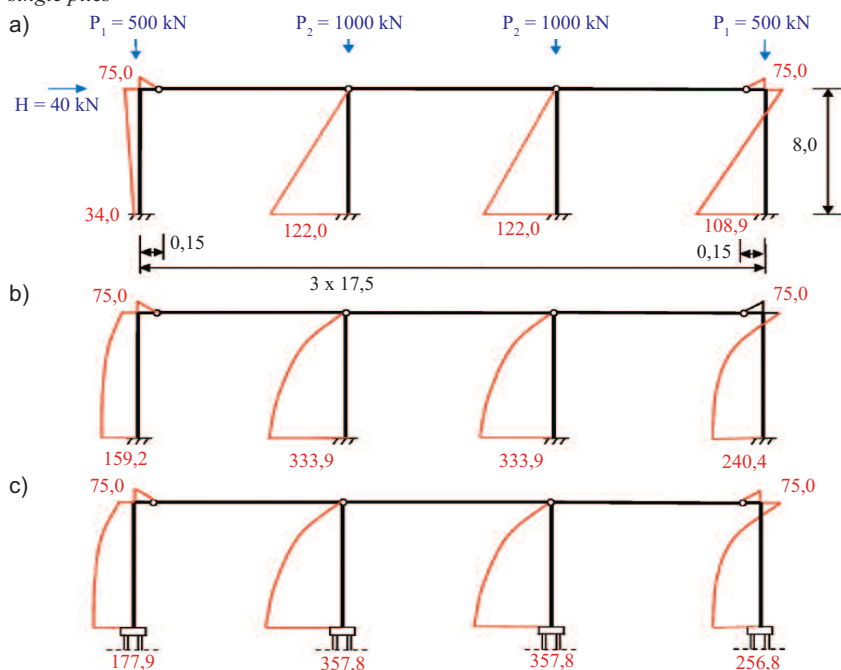
Table 2. Parameters adopted for pile settlement calculations

Nazwa gruntu	Stopień plastyczności I_L [-]	Jednostkowy opór graniczny [kPa]	G_{max} [MPa]
Grunt nasypany	–	$\tau_f = 5$	18
Grunt organiczny	–	$\tau_f = 5$	7
Gлина pylasta	0,45	$\tau_f = 35$	40
Gлина ilasta	0,20	$\tau_f = 53$ $q_{tr} = 1800$	54



Rys. 8. Otrzymałe krzywe osiadania Q-s pali pojedynczych

Fig. 8. Q-s settlement curves obtained for single piles



Rys. 9. Schemat ramy z przykładu 2 oraz rozkład momentów zginających wg teorii I rzędu (a); momenty zginające w słupach wg teorii II rzędu w przypadku: utwierdzenia pełnego (b); posadowienia na palach (c). Momenty podano w [kNm]

Fig. 9. Diagram of the frame of example 2 and bending moments calculated according to the first-order theory (a); bending moments calculated according to the second-order theory in case of: full restraint (b); pile foundation (c). The moments are given in [kNm]

Obliczenie sztywności połączenia słupa z fundamentem bazowało na obliczeniu osiadania pali w podporze słupa z uwzględnieniem wzajemnego oddziaływania między nimi.

Imperfekcje wg p.5.2 Eurokod 2 [1]:

$$\alpha_h = 2/\sqrt{l} = 2/\sqrt{8,0} = 0,707,$$

$$\alpha_m = \sqrt{0,5(1 + 1/m)} = \sqrt{0,5(1 + 1/4)} = 0,790.$$

Kąt pochylenia słupów

$$\theta_1 = \theta_0 \alpha_h \alpha_m = (1/200) 0,707 \cdot 0,790 = 0,00279.$$

Siły poziome wywołane przez imperfekcje:

w słupach skrajnych

$$H_1 = \theta_1 P_1 = 0,00279 \cdot 500 = 1,395 \text{ kN};$$

w słupach środkowych

$$H_2 = \theta_1 P_2 = 0,00279 \cdot 1000 = 2,790 \text{ kN};$$

Wynik obliczenia wg teorii I rzędu z nominalnymi sztywnościami słupów przedstawiono na rysunku 9b. Wartości reakcji węzłowych uzyskane przy założeniu pełnego utwierdzenia w podporze wykorzystuje się do obliczenia sił i przemieszczeń podpory palowej. Obliczenia przeprowadza się w sposób iteracyjny. W tabeli 3 zestawiono wyniki obliczeń w przypadku iteracji pierwszej i ostatniej, a ostateczne wartości momentów w podporach pokazano na rysunku 9c.

Tabela 3. Przykład 2 – wyniki obliczenia osiadania pali w podporach słupów
Table 3. Example 2 – results of pile settlement calculations in column supports

Obliczone wielkości	Słupy skrajne-lewe $L_p = 10,0 \text{ m}, V = P_1 = 500 \text{ kN}$		Słupy wewnętrzne $L_p = 15,0 \text{ m}, V = P_2 = 1000 \text{ kN}$		Słupy skrajne-prawe $L_p = 10,0 \text{ m}, V = P_1 = 500 \text{ kN}$	
	iteracja 1	iteracja końcowa	iteracja 1	iteracja końcowa	iteracja 1	iteracja końcowa
M [kNm]	159,2	177,9	333,9	357,8	240,4	256,8
Q_1 [kN]	226	219	419	409	193	186
Q_2 [kN]	359	367	697	707	393	400
s_1 [mm]	1,45	1,41	2,37	2,32	1,30	1,27
s_2 [mm]	2,29	2,35	3,95	4,03	2,59	2,68
kat φ [rad]	0.00077	0.00078	0.00131	0.00142	0.00108	0.00117
M/ φ [MNm]	227	227	254	251	224	219

cych pomiędzy przypadkiem pełnego utwierdzenia a przypadkiem ścisłego obliczenia z uwzględnieniem obrotu stopy fundamentowej przekraczają 19%. W drugim przykładzie (posadowienie na palach) różnice są mniejsze. W wyniku uwzględnienia posadowienia na podatnych podporach palowych, moment zginający zwiększył się o ok. 10% w słupie skrajnym w stosunku do obliczeń przy pełnym zamocowaniu.

Podsumowanie

W artykule przedstawiono sposób modelowania podparcia słupa zamocowanego w stopie fundamentowej oraz oczepte na palach fundamentowych. Wykonano przykładowe obliczenia ram metodą ścisłą polegającą na analizie II rzędu z uwzględnieniem sztywności nominalnych, modelując warunki podparcia słupów w sposób opisany w artykule.

Efektom uwzględnienia sztywności fundamentu jest zwiększenie końcowych wartości momentów zginających w słupach, co będzie miało znaczenie w układach konstrukcyjnych ze słupami o dużej smukłości posadowionych na podłożu o dużej podatności. Wpływ na otrzymywane wyniki ma także obciążenie, rodzaj i geometria fundamentu oraz warunki geotechniczne. Pali powinny być projektowane na ostateczne siły otrzymane wg teorii II rzędu, szczególnie przy projektowaniu słupów o dużej smukłości. Należy też uwzględnić warunki stanu granicznego nośności i warunki ograniczenia przemieszczeń z możliwością uzyskania prognozowanych krzywych osiadania Q-s podpór palowych. Przedstawiony sposób obliczeń pozwala na bardziej racjonalne projektowanie podobnych konstrukcji w porównaniu z uproszczonymi metodami standardowymi.

Literatura

[1] Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 1-1. General Rules and Rules for Buildings. EN 1992-1-1:2008.
 [2] Klempka K, Knauff M. Design of slender RC columns according to Eurocode and polish code compared with the improved numerical model. Archives of Civil Engineering, 2005; 1.
 [3] Pędziwiatr J, Musiał M. Calculation of second-order effects in columns – applications and examples. Archives of Civil Engineering, 2023; DOI: 10.24425/ace. 2023.144173.
 [4] Hamed E, Lai C. Geometrically and materially nonlinear creep behaviour of reinforced concrete columns. Structures. 2016; 5, 1 – 12.
 [5] Gilbert RI, Ranzi G. In-service deformations of reinforced concrete columns in biaxial bending. Proceedings of the Twelfth East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction, Hong Kong, China, 26–28 January 2011, pp. 410-418.
 [6] Kim CS, Gong Y, Zhang X, Hwang HJ. Experimental study on long-term behavior of RC columns subjected to sustained eccentric load. Adv. Concr. Constr. 2020; 9, 289–299.
 [7] Knauff M. Obliczanie konstrukcji żelbetowych wg Eurokodu 2, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2012.
 [8] Knauff M, Klempka K. Effective lengths of reinforced concrete columns in single-storey frame structures in the light of the Eurocode. Technical Sciences No 12, str. 71-82, 2009.
 [9] Knauff M, Klempka K. Projektowanie smukłych słupów żelbetowych według Eurokodu 2. Inżynieria i Budownictwo. 2009; 12: 663 – 665.
 [10] Gorbunow-Posadow MT. Obliczanie konstrukcji na podłożu sprężystym. Budownictwo i Architektura, Warszawa 1956.
 [11] Lewiński P. Analiza współpracy żelbetowych zbiorników cylindrycznych z podłożem. ITB, Warszawa 2007.
 [12] Coyle HM, Reese LC. Load transfer for axially loaded piles in clay. J. Soil Mech. Found. Div. 1966, 92: 1 – 26.
 [13] Vijayvergiya VN, Focht JA. A new way to predict the capacity of piles in clay. Proceeding of the 4-th Annual Offshore Technology Conference, Houston, TX, USA, 2-5 May 1977.
 [14] Randolph MF, Wroth CP. Analysis of deformation of vertically loaded piles. J. Geotech. Eng. Div. 1978, 104: 1465 – 1488.

[15] Kraft LM, Ray RP, Kagawa T. Theoretical t-z curves. J. Geotech. Eng. Div. 1981, 107: 1543 – 1561.
 [16] Guo WD, Randolph MF. Rationality of load transfer approach for pile analysis. Computers and Geotechnics. 1998; 23: 85 – 112.
 [17] Zhu H, Chang MF. Load transfer curves along bored piles considering modulus degradation. J. Geotech. Geoenviron. Eng. 2002; 128 (9): 764–774.
 [18] Lu Q, Luo Q. A Load Transfer Approach for Studying the Load-Deformation Response of Vertically Loaded Single Pile. Proceedings of the 2nd International Symposium on Asia Urban GeoEngineering, 2018; Springer Series in Geomechanics and Geoengineering, pp. 369-384, https://doi.org/10.1007/978-981-10-6632-0_29.
 [19] Bateman AH, Crispin JJ, Vardanega PJ, Mylonakis GE. Theoretical t-z Curves for Axially Loaded Piles. J. Geotech. Geoenviron. Eng. 2022, 148, 04022052.
 [20] Dyka I. Analiza i metoda obliczeń osiadania grupy pali. Praca doktorska, Politechnika Gdańska, czerwiec 2001.
 [21] Randolph MF. Science and empiricism in pile foundation design. Geotechnique, 2003; 53(10): 847 – 875.
 [22] Poulos HG. Pile Group Settlement Estimation – Research to Practice. Foundation Analysis and Design: Innovative Methods (GSP 153). Proceedings of Sessions of GeoShanghai 2006.
 [23] Mandolini A, Russo G, Viggiani C. Pile foundations: Experimental investigations, analysis and design. Proc. of 16th international Conference of Soil Mechanics & Geotechnical Engineering, Osaka, Japan, 12-16 September 2005.
 [24] Chow YK. Analysis of Vertically Loaded Pile Groups. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. 1986; Vol. 10, pp. 59 – 72.
 [25] Dyka I. Use of the laboratory tests of soil modulus in modelling pile behaviour. Studia Geotechnica et Mechanica, 2012, Vol. XXXIV, No. 3 (2012).
 [26] Srokosz P, Dyka I, Bujko M. Interpretation of shear modulus degradation tests. Studia Geotechnica et Mechanica. 2018; Vol. XXXX, No. 2 (2018), str. 125-132, DOI: 10.2478/sgem-2018-0015.
 [27] Fahey M, Carter JP. A finite element study of the pressuremeter test in sand using nonlinear elastic plastic model. Canadian Geotechnical Journal. 1993; 30: 348–362.
 [28] Van Impe WF, De Clercq Y. A Piled Raft Interaction Model. Proc. of 5-th International Conference and Exhibition on Piling and Deep Foundations – DFI'94, Bruges, Belgium, 13-15 June 1994.
 [29] Bustamante M, Ganaselli L. Pile bearing capacity prediction by means of static penetrometer CPT. Proceedings of 2nd European Symposium on Penetration Testing, ESOPT – II, Amsterdam, 1982.
 [30] Mayne PW, Rix G. J. Gmax-qc relationships for clays. Geotechnical Testing Journal. 1993; 16 (1): 54 – 60.
 [31] Gwizdała K, Stępczowski M, Dyka I. Wykorzystanie sondowań statycznych do obliczeń nośności i osiadań pali. Materiały seminarium „Fundamenty palowe 2009”. NOT Warszawa, 22 kwietnia 2009 r.

Przyjęto do druku: 18.01.2024 r.