

mgr inż. Konrad Szczepański<sup>1)</sup>

ORCID: 0000-0003-4252-645X

prof. dr hab. inż. Renata Kotynia<sup>2)\*</sup>

ORCID: 0000-0002-7247-1229

# Redystrybucja momentów zginających w dwuprzęsłowych belkach betonowych zbrojonych prętami FRP

## *Redistribution of bending moments in double-span concrete beams reinforced with FRP bars*

DOI: 10.15199/33.2023.04.08

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono przegląd badań dotyczących zbrojenia niemetalicznego w aspekcie redystrybucji momentów zginających w elementach dwuprzęsłowych. Przegląd badań obejmuje analizę wpływu parametrów zmiennych dotyczących stopnia zbrojenia podłużnego, typu zbrojenia (FRP/stal), klasy betonu oraz zbrojenia poprzecznego. Na podstawie przeglądu wiedzy zaproponowano program badań własnych.

**Słowa kluczowe:** redystrybucja momentów zginających; zbrojenie kompozytowe; belki dwuprzęsłowe; stopień zbrojenia; nośność na zginanie.

**Abstract.** This paper presents a review of research on nonmetallic reinforcement in terms of redistribution of bending moments in double-span elements. The research review includes an analysis of the influence of variable parameters concerning: degrees of longitudinal reinforcement, type of reinforcement (FRP/steel), concrete class and transverse reinforcement. Based on the foreign studies the own research program has been proposed.

**Keywords:** moment redistribution; composite reinforcement; double-span beams; reinforcement ratio; flexural capacity.

Zbrojenie typu FRP (Fiber Reinforced Polymer) produkowane w kilku gatunkach (GFRP – *Glass Fiber Reinforced Polymer*, AFRP – *Aramid*, CFRP – *Carbon*, BFRP – *Basalt*) jest od dawna dostępne na rynku budowlanym i stanowi interesującą alternatywę dla zbrojenia stalowego. Jest coraz częściej stosowane przede wszystkim w konstrukcjach specjalnych, ze względu na wyjątkowe właściwości, takie jak brak zdolności korozyjnych, neutralność elektromagnetyczna, bardzo duża wytrzymałość na rozciąganie oraz niewielki ciężar, a w ostatnim czasie także na zmieniającą się cenę.

Redystrybucja momentów zginających polega na zmianie rozkładu sił wewnętrznych pod wpływem zmiany obciążenia i/lub sztywności elementu. Zagadnienie redystrybucji w belkach zbrojonych prętami GFRP zostało już opisane w publikacjach [1 – 13], gdzie wyraźnie udowodniono, że mimo zdecydowanie mniejszej odkształcalności prętów typu FRP w porównaniu ze stalą oraz ich liniowo sprężystej charakterystyki naprężenie-odkształcenie, redystrybucja momentów rzeczywiście występuje, a przy tym może mieć istotny wpływ na nośność elementów.

Publikacje [1 – 13] zawierają wiele nieścisłości dotyczących: przyczepności zbrojenia do betonu; stopnia zbrojenia i jego modułu sprężystości; wpływu skrepowania poprzecznego oraz wpływu wymiarów elementu na stopień redystrybucji momentów zginających.

### Analiza dotychczasowych badań

Dotychczas opublikowano wiele badań jednoprzęsłowych elementów betonowych ze zbrojeniem kompozytowym różnych typów (GFRP, CFRP, BFRP), natomiast nie ma miar-

dajnych badań elementów wieloprzęsłowych, które wyraźnie wskazywałyby wpływ zbrojenia FRP na redystrybucję momentów w takich elementach.

Jedne z pierwszych badań dwuprzęsłowych belek ze zbrojeniem niemetalicznym potwierdziły wystąpienie redystrybucji momentów zginających, ale ich autorzy nie wykazali bezpośredniego związku stopnia zbrojenia podłużnego z poziomem redystrybucji [1]. Program badawczy [2] był jednym z pierwszych, w którym badano elementy o przekroju teowym wraz z analizą wpływu zastosowania jednocześnie zbrojenia głównego oraz strzemion FRP. W badaniach [3] potwierdzono nieznaczny stopień redystrybucji belek zaprojektowanych wg zaleceń ACI 440, jednak wyniki tych badań również nie dały konstruktywnych wniosków na temat wpływu parametrów zmiennych na poziom redystrybucji momentów zginających. Inne badania [1, 4, 5] potwierdziły wystąpienie redystrybucji w belkach dwuprzęsłowych ze zbrojeniem FRP, a tym samym stały się podstawą projektowania takich elementów z założeniem redystrybucji momentów. W badaniach [5] wykazano również, że na skutek utraty przyczepności zbrojenia do betonu należy uwzględnić wpływ przyczepności, biorąc pod uwagę różne sposoby wykończenia powierzchni zbrojenia niemetalicznego.

Zagadnienie wpływu zbrojenia poprzecznego na zjawisko redystrybucji momentów zginających omówiono w tych samych badaniach [5], wykazując wpływ różnicy stopnia skrepowania belek na rozkład momentów zginających po zarysowaniu. Mniejszy rozstaw strzemion w badaniach [6] znacznie poprawił warunki redystrybucji momentów zginających oraz wpłynął na zwiększenie nośności tych elementów na zginanie. Interesujący był brak spadku nośności belek na skutek utraty przyczepności zbrojenia FRP do betonu nad podporą w badaniach [7], co jednak można wyjaśnić postępującą re-

<sup>1)</sup> Politechnika Łódzka, Interdyscyplinarna Szkoła Doktorska

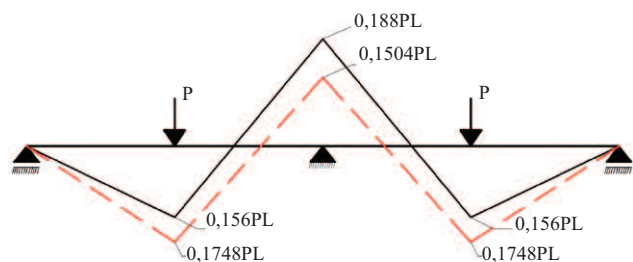
<sup>2)</sup> Politechnika Łódzka, Wydział Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska

\*) Adres do korespondencji: renata.kotynia@p.lodz.pl

dystrybucją z podpory do przęsła. Badania te potwierdziły, że utrata przyczepności zbrojenia FRP do betonu nad podporą, a tym samym zwiększony stopień redystrybucji nie doprowadziły do zmniejszenia nośności na zginanie. Na uwagę zasługują badania [8], w których stwierdzono niekorzystny wpływ niesymetrycznego obciążenia na stopień redystrybucji momentów w belkach ciągłych ze zbrojeniem FRP. W badaniach [9] potwierdzono z kolei brak spadku nośności po redystrybucji momentów zginających w porównaniu z analizą sprężystą. Przebroszenie przęseł oraz niedozbrojenie środkowych podpór ma korzystny wpływ na ugięcie belek. Jednym ze sposobów jego ograniczenia oraz zwiększenia sztywności belek, przy jednoczesnym zachowaniu zwiększonej odporności na warunki środowiskowe, jest zastosowanie dodatkowego zbrojenia stalowego w drugiej warstwie zbrojenia. W badaniach [10–13] analizowano wpływ zbrojenia hybrydowego FRP-stal.

## Baza elementów doświadczalnych

Baza danych literaturowych, którą zgromadziliśmy, obejmowała badania na zginanie 94 elementów dwuprzęsłowych i była podstawą do analizy parametrów wpływających na redystrybucję momentów zginających. W badaniach, z wyjątkiem publikacji [8], przyjęto pięciopunktowy schemat statyczny zginania, schemat momentów zginających w stanie sprężystym oraz założoną w różnym stopniu redystrybucję. Na rysunku 1 przedstawiono przykładową redystrybucję o założonej wartości 20% z podpory do przęsła (linia przerywana).



**Rys. 1. Typowy schemat statyczny badania redystrybucji momentów przed i po redystrybucji momentów zginających (20% z podpory do przęsła)**

*Fig. 1. Typical static scheme of a bending moment redistribution before and after redistribution of bending moments (20% from support to span section)*

W publikacji [8] badano wpływ niesymetrycznego obciążenia. Porównano przypadek obciążenia symetrycznego (oznaczenie – I) zwiększoną siłą w lewym przęśle do wartości 1,5P (oznaczenie – II) oraz obciążone tylko lewe przęśle (oznaczenie – III). Elementy były zróżnicowane pod względem: wielkości przekroju i jego kształtu (prostokątny lub teowy); rodzaju zbrojenia (FRP, hybrydowe); sposobu wykończenia powierzchni zbrojenia FRP; wytrzymałości betonu na ściskanie i rodzaju zbrojenia na ścinanie (stalowe lub FRP).

## Baza wyników badań

W bazie wyników badań (tabela) pominięto elementy o przekroju mniejszym niż 200 mm. Kluczowe parametry, które uwzględniono w analizie, to: sposób zniszczenia (zginanie, ścinanie, zerwanie prętów, zmiążdżenie betonu); miejsce zniszczenia belki (przęsło, podpora), siły rysująca oraz

niszcząca. Do analizy wprowadzono również pojęcie stopnia redystrybucji momentów  $\beta$ .

$$\beta = \frac{M_{u,\text{test}} - M_{u,\text{cal}}}{M_{u,\text{cal}}} [\%] \quad (1)$$

gdzie:

$M_{u,\text{test}}$  – niszczący moment zginający z badań doświadczalnych;  
 $M_{u,\text{cal}}$  – niszczący moment zginający obliczony w stanie sprężystym.

Stopień redystrybucji  $\beta$  został obliczony względem przęsła i podpory. Może zatem przyjmować wartości dodatnie lub ujemne w zależności od wybranego przekroju. Współczynnik  $\beta$  o wartości ujemnej obliczony względem przęsła oznacza, że redystrybucja następuje z przęsła do podpory, a dodatni, z podpory do przęsła. Analogicznie postąpiono w przypadku obliczeń  $\beta$  względem podpory. Stopień redystrybucji momentów zginających do 2% można uznać za wynik w granicach błędu pomiaru, dlatego też nie można jednoznacznie potwierdzić wystąpienia tego zjawiska. Wartość stopnia redystrybucji jednoznacznie wskazująca na redystrybucję momentów zginających w belce można określić na 5%.

W tabeli zestawiono dane z badań obejmujące: rodzaj zbrojenia FRP; wymiary badanych elementów ( $L$  – rozpiętość przęsła;  $h$  – wysokość;  $b$  – szerokość przekroju), rodzaj przekroju (prostokątny, teowy); stopień zbrojenia w przęśle i nad podporą ( $\rho_f$  – stopień zbrojenia typu FRP;  $\rho_s$  – stopień zbrojenia stalowego, przy czym indeksy 1 i 2 odnoszą się do zbrojenia w warstwach lub w przypadku różnego modułu Younga zbrojenia FRP); moduł Younga zbrojenia; wytrzymałość betonu na ściskanie; stopień redystrybucji momentów  $\beta$  (obliczony względem przęsła i podpory) oraz stopień i rodzaj zbrojenia na ścinanie ( $\rho_v$ ). W przypadku belek o przekroju teowym z publikacji [6, 12, 13], wymiary półki wynosiły odpowiednio  $h \times b = 10 \times 60$ ;  $10 \times 50$ ;  $7 \times 40$  [cm].

Najczęstszy model zniszczenia belki to zmiążdżenie betonu (45 elementów). Taki model zniszczenia jest rekomendowany przy projektowaniu zbrojenia, podczas gdy 20 belek uległo zniszczeniu na skutek zerwania prętów (rysunek 2). W analizie odrzucono wszystkie belki, które zniszczyły się na ścinanie. Porównywalnie często zniszczenie następowało nad podporą i w przęśle (rysunek 3).

W analizowanych badaniach 39% belek osiągnęło bardzo niski stopień redystrybucji momentów zginających (mniejszy niż 5%), 76% elementów osiągnęło dopuszczalny przez CSA S806-12 [14] stopień redystrybucji nie większy niż 20% (rysunek 4a), a 24% elementów osiągnęło stopień redystrybucji większy niż 20%. W zdecydowanej większości elementów nastąpiła redystrybucja momentów z podpory do przęsła (rysunek 4b).

## Wpływ stopnia zbrojenia na redystrybucję momentów

Do oceny wpływu stopnia zbrojenia na redystrybucję momentów zginających wprowadzono pojęcie sprowadzonego stopnia zbrojenia na zginanie i ścinanie:

$$\rho_f \cdot E_f/E_s + \rho_s [\%] \quad (2)$$

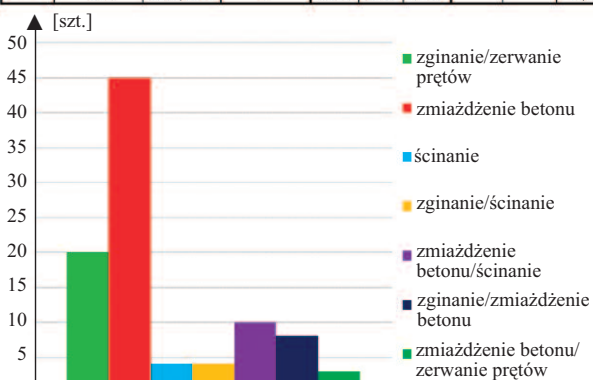
gdzie:

$\rho_f$  – stopień zbrojenia typu FRP;  $E_f$  – moduł Younga zbrojenia typu FRP;  
 $E_s$  – moduł Younga zbrojenia stalowego;  $\rho_s$  – stopień zbrojenia stalowego.



## Baza danych doświadczalnych Experimental database

Publika- cja	Symbol	Rodzaj zbrojenia	Rodzaj przekroju R- prostokątny T-teowy	L [mm]	b [mm]	h [mm]	$\rho_{f1}$	$\rho_{f2}$	$\rho_{f1}$	$\rho_{f2}$	$\rho_s$	$\rho_s$	$E_{r1}$	$E_{r2}$	$E_{r1}$	$E_{r2}$	$f_{ak}$ [MPa]	$\beta$	$\beta$	Rodzaj zbrojenia na ścinanie	$\rho_v E_f / E_s$ [%]
							(prześło)	(podpora)	(prześło)	(podpora)	(prześło)	(podpora)	(prześło)	(podpora)	(prześło)	(podpora)		(prześło)	(podpora)		
[1]	CRU1	CFRP	R	3000	250	350	0,11		0,11				147,00		147,00		77,00	0,98	-1,63	Stal	0,31
	CRU2	CFRP	R	3000	250	350	0,11		0,11				147,00		147,00		77,00	0,80	-0,92	Stal	0,31
	CRO1	CFRP	R	3000	250	350	0,57		0,57				147,00		147,00		77,00	2,87	-5,22	Stal	0,31
	CRO2	CFRP	R	3000	250	350	0,57		0,57				147,00		147,00		77,00	3,07	-5,59	Stal	0,31
[5]	GSu-8d/2p	GFRP	R	2800	200	300	0,99		0,66				46,00		46,00		28,00	13,90	-23,07	Stal	0,40
	GSu-8d/2e	GFRP	R	2800	200	300	0,66		0,99				46,00		46,00		26,00	-5,36	7,54	Stal	0,40
	GSu-8d/3p	GFRP	R	2800	200	300	0,99		0,66				46,00		46,00		32,00	22,48	-36,36	Stal	0,60
	GSu-10d/2p	GFRP	R	2800	200	300	0,99		0,66				46,00		46,00		33,00	18,59	0,04	Stal	0,40
	GSs-10d/2p	GFRP	R	2800	200	300	1,65	0,66	1,32				46,00	46,00	46,00		33,00	19,59	-33,09	Stal	0,62
	GGu-10d/2p	GFRP	R	2800	200	300	0,99		0,66				46,00		46,00		27,00	18,18	-29,49	GFRP	0,15
	GGu-10d/3p	GFRP	R	2800	200	300	0,99		0,66				46,00		46,00		32,00	18,05	-29,95	GFRP	0,22
	CSu-8d/2p	CFRP	R	2800	200	300	0,36		0,24				116,00		116,00		26,00	24,83	-42,01	Stal	0,40
CSu-8d/2e	CFRP	R	2800	200	300	0,36		0,47				116,00		116,00		27,00	1,36	-2,25	Stal	0,40	
[6]	B1	GFRP	T	2800	200	300	0,40		0,60				65,00		65,00		44,00	3,54	-5,97	GFRP	0,45
	B2	GFRP	T	2800	200	300	0,40		0,40				65,00		65,00		42,00	9,06	-15,04	GFRP	0,45
	B3	GFRP	T	2800	200	300	0,40		0,40				65,00		65,00		45,00	10,77	-17,96	GFRP	0,41
[8]	GuR-I	GFRP	R	2800	200	300	0,42		0,42				64,00		65,00		39,00	11,11	-22,49	GFRP	0,41
	GuE-II	GFRP	R	2800	200	300	1,46		0,99				68,00		64,00		43,00	0,89	-0,86	GFRP	0,63
	GuR-II	GFRP	R	2800	200	300	2,20		0,66				68,00		64,00		43,00	11,09	-15,98	GFRP	0,41
	GsR-II	GFRP	R	2800	200	300	2,55		1,70	0,65			68,00		68,00	68,00	39,00	2,17	-4,30	GFRP	0,47
	GuE-III	GFRP	R	2800	200	300	0,66	0,21	0,42				64,00	65,00	65,00		41,00	-0,22	0,00	GFRP	0,41
[9]	G1-0	GFRP	R	1850	150	250	0,62	0,19	1,22				45,83	41,30	44,32	0,00	42,20	-1,98	0,23	GFRP	0,24
	G1-15	GFRP	R	1850	150	250	0,62	0,41	0,41	0,38			45,83	44,32	44,32	41,30	42,20	16,70	-27,12	GFRP	0,24
	G1-25	GFRP	R	1850	150	250	0,81	0,31	0,31	0,38			44,32	45,83	45,83	41,30	42,20	10,67	-18,74	GFRP	0,24
	G2-0	GFRP	R	1850	150	250	0,33	0,28	0,98	0,00			43,73	50,24	48,18	0,00	50,20	-13,65	15,97	GFRP	0,24
	G2-15	GFRP	R	1850	150	250	0,49	0,28	0,24	0,49			48,18	50,24	48,18	43,73	50,20	16,24	-18,74	GFRP	0,24
	G2-25	GFRP	R	1850	150	250	0,73	0,19	0,43				48,18	61,50	50,24		50,20	17,68	-26,97	GFRP	0,24
[10]	C-G-1	GFRP	R	2600	200	300	0,47		0,47				55,00		55,00		40,40	4,68	-8,63	Stal	0,79
	C-H-1	GFRP/STAL	R	2600	200	300	0,47		0,47		0,67	0,67	55,00		55,00		38,40	-2,44	3,83	Stal	0,79
	C-H-2	GFRP/STAL	R	2600	200	300	0,47		0,47		1,01	1,01	55,00		55,00		40,56	-3,28	4,62	Stal	0,79
	C-H-3	GFRP/STAL	R	2600	200	300	0,47		0,47		1,64	1,64	55,00		55,00		43,20	4,65	-8,30	Stal	0,79
	C-H-4	GFRP/STAL	R	2600	200	300	1,10		1,10		0,67	0,67	55,00		55,00		43,68	-5,09	7,06	Stal	0,79
C-H-5	GFRP/STAL	R	2600	200	300	1,83		1,83		0,67	0,67	55,00		55,00		43,68	1,02	-2,55	Stal	0,79	
[11]	A1	BFRP	R	2400	500	200	0,61		0,30				46,00	46,00	46,00	46,00	43,00	40,06	-43,36	Stal	0,40
	A2	BFRP	R	2400	500	200	0,61		0,44				46,00	46,00	48,00	46,00	43,00	42,02	-45,47	Stal	0,40
	A3	BFRP	R	2400	500	200	0,61		0,61				46,00	46,00	46,00	46,00	43,00	47,97	-51,97	Stal	0,40
	B1	BFRP	R	2400	500	200	0,21		0,10				48,00	46,00	48,00		43,00	24,93	-26,85	Stal	0,40
	B2	BFRP	R	2400	500	200	0,21		0,15				48,00	46,00	48,00		43,00	18,71	-20,13	Stal	0,40
	B3	BFRP	R	2400	500	200	0,21		0,21				48,00	46,00	48,00	46,00	43,00	10,59	-11,30	Stal	0,40
	C1	BFRP/STAL	R	2400	500	200	0,42		0,18		0,23	0,23	46,00	46,00	48,00	46,00	43,00	28,21	-30,53	Stal	0,40
	C2	BFRP/STAL	R	2400	500	200	0,42		0,26		0,23	0,23	46,00	46,00	48,00	46,00	43,00	29,20	-31,62	Stal	0,40
	C3	BFRP/STAL	R	2400	500	200	0,42		0,42		0,23	0,23	46,00	46,00	46,00	46,00	43,00	22,47	-24,21	Stal	0,40
	D1	BFRP/STAL	R	2400	500	200	0,15		0,05		0,10	0,10	48,00		48,00		43,00	31,09	-33,94	Stal	0,40
	D2	BFRP/STAL	R	2400	500	200	0,15		0,10		0,10	0,10	48,00		48,00		43,00	10,12	-10,91	Stal	0,40
	D3	BFRP/STAL	R	2400	500	200	0,15		0,15		0,10	0,10	48,00		48,00		43,00	0,16	0,04	Stal	0,40
	[12]	BG	GFRP	T	2400	200	300	0,80		0,60				48,73		48,73		49,13	-0,39	0,63	Stal
BH1		GFRP/STAL	T	2400	200	300	0,60		0,40		0,45	0,17	48,73		48,73		48,79	3,29	-5,47	Stal	1,05
BH2		GFRP/STAL	T	2400	200	300	0,60		0,60		0,45	0,17	48,73		48,73		49,47	2,22	-3,70	Stal	1,05
BH3		GFRP/STAL	T	2400	200	300	0,60		0,40		0,45	0,45	48,73		48,73		52,36	3,19	-5,32	Stal	1,05
BH4		GFRP/STAL	T	2400	200	300	0,80		0,40		0,45	0,17	48,73		48,73		47,43	6,18	-10,30	Stal	1,05
BH5		GFRP/STAL	T	2400	200	300	0,60		0,60		0,67	0,17	48,73		48,73		48,71	7,67	-12,79	Stal	1,05
[13]	BH	CFRP/STAL	T	2150	200	300	0,15		0,15		0,31	0,21	148,03		148,03		23,38	9,29	-15,48	Stal	0,50
	BCH	CFRP/STAL	T	2150	200	300			0,46		0,31				148,03		23,80	-31,58	49,41	Stal	0,50

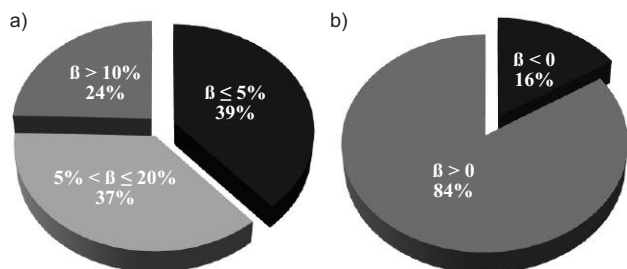


Rys. 2. Sposób zniszczenia belek  
Fig. 2. Beams's failure mode

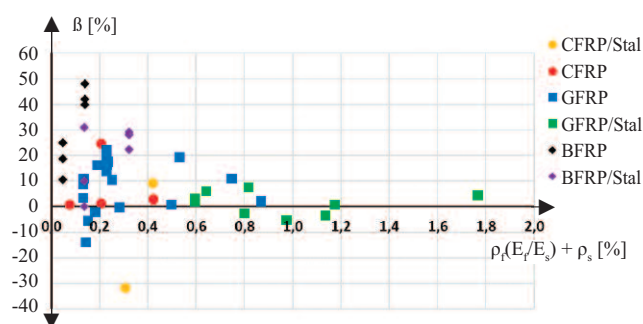


Rys. 3. Miejsce zniszczenia belki  
Fig. 3. Location of beams's failure

Największy stopień redystrybucji w belkach ze zbrojeniem FRP występuje w przypadku sprowadzonego stopnia zbrojenia w przedziale do 0,4% (rysunek 5), a powyżej tej wartości tylko jeden element uzyskał stopień redystrybucji bliższy 20%. W pozostałych przypadkach stopień redystrybucji był bliższy bądź mniejszy niż 10%. Zwiększenie stopnia redystrybucji przy zachowaniu stopnia zbrojenia wynika ze zmiany stosunku stopnia zbrojenia w prześle do stopnia zbrojenia nad podporą lub wzrostu skrepowania betonu (wzrost stopnia



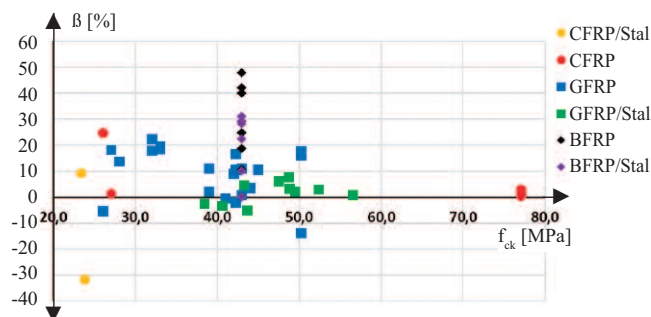
**Rys. 4. Redystrybucja momentów zginających – parametr  $\beta$ :** a) stopień redystrybucji obliczony względem miejsca, do którego nastąpiła redystrybucja; b) rodzaj redystrybucji  $\beta < 0$  – redystrybucja z przęsła do podpory,  $\beta > 0$  – redystrybucja z podpory do przęsła  
 Fig. 4. Bending moments redistribution – parameter  $\beta$ : a) degree of redistribution (calculated in relation to the place where redistribution occurred); b) type of redistribution  $\beta < 0$  – redistribution from span to support,  $\beta > 0$  – redistribution from support to span;



**Rys. 5. Redystrybucja w zależności od sprowadzonego stopnia zbrojenia (względem przęsła), dane z publikacji [1, 5, 6, 8 – 13]**  
 Fig. 5. Redistribution depending on the reduced reinforcement degree (in relation to the span), data from paper [1, 5, 6, 8 – 13]

zbrojenia na ścinanie). W przypadku belek z takim samym stopniem zbrojenia podłużnego, najwyższy stopień redystrybucji wystąpił w belce z największym zbrojeniem na ścinanie. Wysoki stopień redystrybucji przy jednoczesnym wysokim stopniu zbrojenia głównego oraz zbrojenia na ścinanie osiągnięto w belkach zaprojektowanych wg wymagań stanu granicznego użytkowalności. W przypadku elementów ze stopniem zbrojenia w przęśle bliskim zbalansowanemu stopniowi zbrojenia, redystrybucja momentów zwiększa się wraz ze spadkiem stopnia zbrojenia nad podporą. Odwrotne zjawisko zachodzi w przypadku elementów przezbrojonych w przęśle.

W przypadku przyjęcia wytrzymałości betonu na ściskanie za główne kryterium porównawcze można zaobserwować, że najwięcej elementów z najwyższym stopniem redystrybucji momentów zginających otrzymano w przypadku betonu o wytrzymałości ok. 40 MPa. Najwyższy stopień redystrybucji w przęśle miał element zbrojony prętami typu BFRP (beton o wytrzymałości 43 MPa), a w przypadku redystrybucji do podpory elementu z betonu o wytrzymałości ok. 20 MPa ze zbrojeniem hybrydowym CFRP/stal – stalowym w przęśle i CFRP nad podporą (rysunki 5 – 6). W przypadku betonu o wytrzymałości większej niż 51 MPa nie udało się otrzymać stopnia redystrybucji wyższego niż 10% (rysunek 6). Wytrzymałość betonu na ściskanie jest też najczęściej dodatkową zmienną, wynikającą z nieznacznych różnic w mieszance betonowej kolejnych serii elementów betonowych, skutkującą zróżnicowaniem wytrzymałości betonu na ściskanie na pozio-

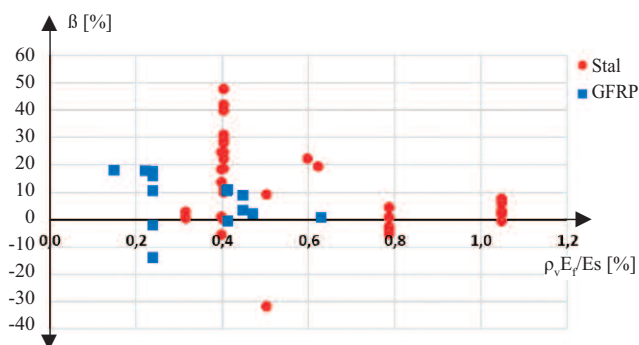


**Rys. 6. Redystrybucja (względem przęsła) w zależności od wytrzymałości betonu na ściskanie; dane z publikacji [1, 5, 6, 8 – 13]**  
 Fig. 6. Redistribution (in relation to the span) depending on the compressive strength of the concrete, data from paper [1, 5, 6, 8 – 13]

mie kilku MPa. Zwiększenie lub zmniejszenie wytrzymałości nie wpływa w istotny sposób na zdolność belek do redystrybucji momentów zginających. Można zaobserwować wysoki i niski stopień redystrybucji niezależnie od wytrzymałości betonu na ściskanie.

Wpływ na stopień redystrybucji miało również zbrojenie na ścinanie. Na rysunku 7 przedstawiono zależność stopnia redystrybucji od sprowadzonego stopnia zbrojenia na ścinanie z podziałem na rodzaj zbrojenia na ścinanie (GFRP/stal). Najwyższy stopień redystrybucji udało się otrzymać w przypadku strzemion stalowych ze stopniem zbrojenia na ścinanie 0,4%. W przypadku zbrojenia na ścinanie z prętów typu GFRP najwyższy otrzymany stopień redystrybucji to 18,2%. Co ciekawe, w przypadku niskiego sprowadzonego stopnia zbrojenia na ścinanie znacznie wyższy stopień redystrybucji dotyczył zbrojenia typu GFRP. Przy stopniu zbrojenia na ścinanie większym od 0,7%, stopień redystrybucji nie przekroczył 10%.

W przypadku wytrzymałości betonu na ściskanie oraz stopnia zbrojenia na zginanie i ścinanie można zaobserwować układanie się wykresów stopnia redystrybucji w kolumny w okolicach najczęściej stosowanej zmiennej z bardzo dużą zmiennością stopnia redystrybucji. Wskazuje to, że redystrybucja momentów w belkach ze zbrojeniem typu FRP, gdzie nie ma jednoznacznego parametru decydującego o stopniu redystrybucji, jest złożonym problemem. Z tego powodu podczas badań w tym zakresie należy położyć szczególny nacisk na projektowanie elementów w taki sposób, aby ograniczyć liczbę parametrów zmiennych (najlepiej do jednego).



**Rys. 7. Redystrybucja (względem przęsła) w zależności od rodzaju i stopnia zbrojenia na ścinanie; dane z publikacji [1, 5, 6, 8 – 13]**  
 Fig. 7. Redistribution (in relation to the span) according to type and degree of shear reinforcement, data from paper [1, 5, 6, 8 – 13]



## Podsumowanie

Na podstawie obecnego stanu wiedzy stwierdzono, że analizie podlega więcej niż jeden parametr zmienny, przy czym najczęściej głównym jest stopień zbrojenia przekroju z jednoczesnym założeniem przezbrojenia przekroju. Cele poszczególnych programów badawczych były różne, dlatego też nie można bezpośrednio porównywać ich wyników. Redystrybucja momentów zginających w belkach nie zależy tylko od właściwości plastycznych zbrojenia, ale także od odkształcalności betonu, proporcji wymiarów elementów (przede wszystkim wysokości użytecznej przekroju) oraz zdolności obrotu nad podporą, dzięki czemu redystrybucja w belkach ze zbrojeniem FRP jest możliwa.

Stopień zbrojenia jest jednym z głównych czynników wpływających na redystrybucję momentów zginających. Największą redystrybucję uzyskano w elementach ze wprowadzonym stopniem zbrojenia w przedziale do 0,4%. Jednocześnie stwierdzono, że jest to zakres skutkujący wysokim stopniem redystrybucji. Na uwagę zasługuje fakt, że powyżej stopnia zbrojenia 0,4 zmniejsza się stopień redystrybucji uzyskany w badaniach. W wielu badaniach jednocześnie występowało kilka parametrów zmiennych. Były to przede wszystkim: różne średnice prętów; rozstawy; zbrojenie na ścinanie; wytrzymałość betonu; stosunek stopnia zbrojenia przęsło-podpora, co uniemożliwiło precyzyjną ocenę wpływu poszczególnych zmiennych na redystrybucję momentów zginających. W wielu badaniach w obawie przed zniszczeniem na ścinanie stosowano strzemiona stalowe, co trochę przeczy jednolitości zbrojenia, ale ma uzasadnienie w łatwości wykonania strzemion. Zbrojenie na ścinanie poprawia skrzepowanie betonu, co skutkuje lepszą redystrybucją momentów w belkach wieloprzęsłowych. Zmniejszenie rozstawu strzemion powoduje zwiększenie zdolności elementów do redystrybucji momentów. Wytrzymałość betonu na ściskanie nie ma istotnego wpływu na redystrybucję momentów zginających. Najczęściej występującym modelem było zniszczenie przez zmiążdżenie betonu. Zniszczenie belek występowało porównywalnie często w przęsle i nad podporą.

## Kierunki dalszych badań

Najważniejsze czynniki wpływające na redystrybucję momentów zginających, to stopień zbrojenia w przęsle i nad podporą, zbrojenie na ścinanie, co poprawia skrzepowanie betonu oraz przyczepność zbrojenia do betonu. Najczęściej w badaniu redystrybucji momentów stosowane są elementy belkowe. W przypadku elementów zbrojonych prętami FRP nie wykonano dotychczas badań tego zjawiska na elementach płytowych. W celu oszacowania wpływu stopnia zbrojenia na redystrybucję momentów zginających zdecydowano się na pionierskie w tej dziedzinie badania elementów płytowych (ze zmniejszeniem modyfikacją stopnia zbrojenia nad podporą i w przęsle w celu uwypuklenia zjawiska redystrybucji). Ponadto w elementach płytowych bez dodatkowego zbrojenia na ścinanie wpływ skrzepowania betonu będzie znacznie ograniczony, dzięki czemu zostanie zredukowana liczba parametrów zmiennych. Wszystkie płyty mają ten sam przekrój o wy-

miarach  $h \times b = 18 \times 80$  cm oraz rozpiętość przęsła 2,3 m. Schemat statyczny badania przyjęto taki sam, jak na rysunku 1. Badanie podzielono na dwie serie. W pierwszej zaprojektowano dwie płyty, pierwszą ze zbrojeniem stalowym prętami 7 # 12 w przęsle oraz 8 # 12 nad podporą oraz drugi element ze zbrojeniem 8 # 12 w przęsle oraz 7 # 12 nad podporą. Druga seria badań zawierała dwa elementy ze zbrojeniem GFRP o układzie zbrojenia odpowiednio 4  $\emptyset$  10 w przęsle i 5  $\emptyset$  10 nad podporą oraz drugi element 6  $\emptyset$  10 w przęsle i 4  $\emptyset$  10 nad podporą. Serię takich badań wykonano już w Laboratorium Katedry Budownictwa Betonowego Politechniki Łódzkiej, a ich wyniki są na etapie opracowania i będą przedmiotem kolejnych publikacji.

## Literatura

- [1] Mostofinejad D. Ductility and moment redistribution in continuous FRP reinforced concrete beams. Ph. D. Thesis, Department of Civil and Environmental Engineering Carleton University, Canada, 1997.
- [2] Grace NF, Soliman AK, Abdel-Sayed G, Saleh KR. Behavior and Ductility of Simple and Continuous FRP Reinforced Beams. *J. Compos. Constr.* 1998; vol. 2, no. 4: 186 – 194 DOI: 10.1061/(ASCE) 1090-0268 (1998) 2: 4 (186).
- [3] Habeeb MN, Ashour AF. Flexural Behavior of Continuous GFRP Reinforced Concrete Beams. *J. Compos. Constr.*, vol. 12, no. 2, pp. 115–124, Apr. 2008, DOI: 10.1061/(ASCE) 1090-0268 (2008) 12: 2 (115).
- [4] El-Mogy M, El-Ragaby A, El-Salakawy E. Flexural Behavior of Continuous FRP-Reinforced Concrete Beams. *J. Compos. Constr.*, vol. 14, no. 6, pp. 669–680, Dec. 2010, DOI: 10.1061/(ASCE) CC. 1943-5614.0000140.
- [5] El-Mogy M. Behaviour of Continuous Concrete Beams Reinforced with FRP Bars. Ph. D. Thesis, Depart. of Civil Eng. Univ. of Manitoba Winnipeg, Canada, 2011.
- [6] Rahman S, El-Salakawy E. Moment redistribution of GFRP-RC continuous T-beams. *Resilient Infrastruct. Can. Soc. Civ. Eng. Conf.* 2016.
- [7] Baša N, Kopitović N, Vuković, Ulićević M, Muhadinović M. Effects of Internal Force Redistribution on the Limit States of Continuous Beams with GFRP Reinforcement. *Appl. Sci.*, vol. 10, no. 11, Art. no. 11, Jan. 2020, DOI: 10.3390/app10113973.
- [8] Rahman SMH, Mahmoud K, El-Salakawy E. Moment redistribution in glass fiber reinforced polymer-reinforced concrete continuous beams subjected to unsymmetrical loading. *Eng. Struct.*, vol. 150, pp. 562–572, Nov. 2017, DOI: 10.1016/j. engstruct. 2017.07.066.
- [9] Baša N, Ulićević M, Zejak R. Experimental Research of Continuous Concrete Beams with GFRP Reinforcement. *Adv. Civ. Eng.*, vol. 2018, p. e6532723, Oct. 2018, DOI: 10.1155/2018/6532723.
- [10] Araba AM, Ashour AF. Flexural performance of hybrid GFRP-Steel reinforced concrete continuous beams. *Compos. Part B Eng.*, vol. 154, pp. 321–336, Dec. 2018, DOI: 10.1016/j. compositesb. 2018.08.077.
- [11] Akiel MS, El-Maaddawy T, El Refai A. Serviceability and moment redistribution of continuous concrete members reinforced with hybrid steel-BFRP bars. *Constr. Build. Mater.*, vol. 175, pp. 672–681, Jun. 2018, DOI: 10.1016/j. constrbuildmat. 2018.04.202.
- [12] Almahmood H, Ashour A, Sheehan T. Flexural behaviour of hybrid steel-GFRP reinforced concrete continuous T-beams. *Compos. Struct.*, vol. 254, p. 112802, Dec. 2020, DOI: 10.1016/j. compstruct. 2020.112802.
- [13] Diab H, Khaled T, Rashwan M. Flexural behavior of RC continuous T-beams reinforced with hybrid CFRP/ steel bars (experimental and numerical study). *JES J. Eng. Sci.*, vol. 49, no. 2, pp. 215–247, Mar. 2021, DOI: 10.21608/jesaun. 2021.64888.1034.
- [14] CSA S806-12: Design and construction of building structures with fibre reinforced polymers. Canadian Standards Association (CSA), 2012.

Przyjęto do druku: 10.02.2023 r.