

prof. dr hab. inż. Michał Knauff\*)  
 dr inż. Marcin Niedospiał<sup>1)</sup>  
 ORCID: 0000-0001-9421-3856

# Minimalne zbrojenie ze względu na kruche wyczerpanie nośności przekrojów żelbetowych i sprężonych

## *Minimum reinforcement areas preventing a brittle failure of reinforced and prestressed cross-sections*

DOI: 10.15199/33.2022.10.02

**Streszczenie.** Przepisy dotyczące wyznaczania minimalnego zbrojenia zapobiegającego kruchemu zniszczeniu przekrojów znajdują się w obu europejskich normach dotyczących projektowania konstrukcji z betonu [1, 2]. W normach tych nie sprecyzowano ogólnej zasady, na której powinny opierać się te przepisy. W związku z tym nie są one ani kompletne, ani całkiem jasne. W artykule przedstawiono prostą, ogólną i niesprzeczną z normami teorię minimalnego zbrojenia, opartą na zasadzie, że utrata nośności przekroju powinna być poprzedzona pojawieniem się rys. Rozważania teoretyczne poparto krótkim przykładem obliczeniowym.

**Słowa kluczowe:** minimum zbrojenia; kruche zniszczenie; konstrukcja żelbetowa; konstrukcja sprężona.

**Abstract.** Rules for minimum reinforcement, which should be provided to prevent brittle failure of the cross-sections, can be found in both European standards for the design of concrete structures [1, 2]. The standards do not specify the common principle on which these provisions should be based. Therefore, they are neither complete nor completely clear. The article presents a simple, general and not contradictory to standards theory of minimum reinforcement, based on the principle that the loss of the load-bearing capacity of the cross-section should be preceded by the appearance of cracks. The theoretical considerations are supported by a short calculation example.

**Keywords:** minimum reinforcement; brittle failure; reinforced concrete structure; prestressed structure.

W normach dotyczących projektowania konstrukcji z betonu [1, 2] istotną rolę odgrywają zagadnienia minimalnego zbrojenia rozciąganego. Związane z nimi przepisy znajdują się w kilku rozdziałach tych norm i dotyczą zarówno elementów żelbetowych, jak i sprężonych. Podstawowe znaczenie ma norma [1] dotycząca budynków. Norma [2] odnosi się do mostów i zawiera wykazy tych, licznych punktów normy [1], które należy stosować w przypadku tych obiektów, oraz dodatkowe m.in. zasady dotyczące minimalnego zbrojenia w mostach.

Uważamy, że tekst normy dotyczący minimalnego zbrojenia jest lakoniczny, słabo uporządkowany i nie całkiem jasny. W artykule omówimy szczegółowo i skomentujemy przepisy norm [1, 2] dotyczące zapobiegania kruchemu zniszczeniu oraz uogólnimy je i uporządkujemy na podstawie ogólnych zasad teorii żelbetu.

<sup>1)</sup> Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Ładowej

\*) Adres do korespondencji: m.knauff@il.pw.edu.pl

### Minimalne zbrojenie ze względu na niebezpieczeństwo kruchego zniszczenia wg norm polskich

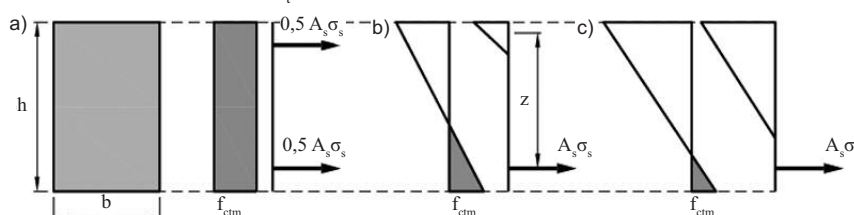
W rozdziale 9 normy [1] dotyczącym zasad konstruowania elementów określa się w p. 9.2.1 minimalne zbrojenie podłużne belek z wzoru:

$$A_{s,min} = 0,26(f_{ctm}/f_{yk})b_t d \quad (1)$$

gdzie:

$b_t$  – szerokość strefy rozciąganej, a więc w przekrojach prostokątnych (rysunek 1)  $b_t = b$ ;  $f_{ctm}$  – średnia wartość wytrzymałości betonu na rozciąganie;  $f_{yk}$  – charakterystyczna granica plastyczności zbrojenia;  $d$  – wysokość użyteczna przekroju, lecz nie mniej niż  $0,0013b_t d$ .

W p. 9.3 normy [1] znajdujemy informację, że minimalne zbrojenie należy stosować również w płytach. To zbrojenie będziemy dalej nazywać zbrojeniem minimalnym ze względu na kruche zniszczenie. W p. 9.2.1 stwierdza się także, że minimalne pole przekroju zbrojenia podłużnego powinno spełniać wymagania ze względu na ograniczenie zarysowania zamieszczone w p. 7.3 normy [1], zatytułowanym „Sprawdzanie rys”. Wymagania dotyczące kruchego zniszczenia belek żelbetowych są więc jasne i polegają na stosowaniu wzoru (1). Wynika on z wymagania, żeby moment gra-



Rys. 1. Naprężenia (zamalowane części wykresów przedstawiają naprężenia rozciągające) i siły w zbrojeniu bezpośrednio przed zarysowaniem i bezpośrednio po zarysowaniu: a) osiowe rozciąganie; b) czyste zginanie; c) ścisnienie mimośrodowe ze strefą rozciąganą  
 Fig. 1. Stresses (the painted parts of the graphs show tensile stresses) and forces in the reinforcement immediately before and immediately after cracking: a) axial tension; b) pure bending; c) eccentric compression with the tension zone

niczny ze względu na nośność – obliczony przy założeniu, że w stanie granicznym naprężenie w zbrojeniu jest równe  $f_{yk}$  – był co najmniej równy momentowi rysującemu. Wówczas odkształcenia zbrojenia można wyznaczyć na podstawie prawa Hooke'a, a wyczerpanie nośności jest poprzedzone przez pojawienie się rys. W przeciwnym przypadku większe od  $f_{yk}$  naprężenia w zbrojeniu powstające bezpośrednio po zarysowaniu mogą doprowadzić do gwałtownego wyczerpania nośności niepoprzedzonego przez widoczne zarysowanie.

W belkach i płytach żelbetowych o umiarkowanej grubości zbrojenie obliczone ze względu na nośność graniczną jest zazwyczaj większe od  $A_{s,min}$ . Wymagania dotyczące  $A_{s,min}$  mogą sprawić problemy w przypadku elementów o znacznej grubości (np. w fundamentach), w których zbrojenie minimalne wg wzoru (1) jest zazwyczaj znacznie większe od obliczonego ze względu na nośność.

Zastosowanie zasad zawartych w normach [1, 2] do elementów sprężonych wymaga kilku komentarzy. Zgodnie z p. 5.10.1(5)P normy [1] *Należy zapobiegać kruchemu zniszczeniu elementu, które mogłoby nastąpić na skutek zerwania cięgien sprężających.* W p. 5.10.1(6) dodaje się, że jednym ze sposobów zapobiegania kruchemu zniszczeniu jest *zastosowanie minimalnego zbrojenia zgodnie z p. 9.2.1 normy.* Minimalne zbrojenie wg p. 9.2.1 zostało określone wzorem (1), który ma podstawowe znaczenie przy projektowaniu belek i płyt żelbetowych, ale nie nadaje się do stosowania w przypadku elementów sprężonych. Wzór (1) wynika z analizy przekroju prostokątnego, a przecież przekroje sprężone często nie są prostokątne. Ponadto zasięg strefy rozciąganej w przekrojach sprężonych jest zwykle mniejszy niż w zginanych elementach żelbetowych, zbrojenie przekrojów sprężonych nie jest skoncentrowane tak blisko krawędzi rozciąganej jak zbrojenie przekrojów żelbetowych, a istotny wpływ na nośność graniczną mogą mieć dwa rodzaje zbrojenia – sprężone i zwykłe.

W p. 9.2 normy [1] przyjęto, że w elementach sprężonych moment niszczący powinien być większy od momentu rysującego. Takie wymaganie rzeczywi-

ście może zapobiec kruchemu wyczerpaniu nośności. Niepotrzebnie jednak w normie [1] ograniczono stosowanie tej zasady tylko do elementów sprężonych cięgnami bez przyczepności i kablami zewnętrznymi. Ponadto sformułowano niejasne wymaganie, żeby moment niszczący był większy niż 115% momentu rysującego. Nie wiadomo, o jakich wartościach momentów jest tu mowa. W dawnych normach, np. w [3] wymagano, aby moment niszczący nie był mniejszy od 120% momentu rysującego), w których stosowano podobną zasadę, chodziło o wartości średnie, które obecnie w obliczeniach nie występują. Naśladując zasadę stosowaną dziś do żelbetu, należałoby wymagać, żeby moment niszczący w elementach sprężonych, obliczony przy założeniu, że w stanie granicznym osiąga się charakterystyczną granicę plastyczności zbrojenia (ale przecież  $M_{Rd}$  oblicza się, zakładając, że osiąga się obliczeniową, a nie charakterystyczną, granicę plastyczności), był większy od momentu rysującego, który osiąga się dla średniej wytrzymałości betonu na rozciąganie. Nie chcąc powtarzać obliczenia nośności granicznej dla charakterystycznych wartości wytrzymałości materiałów, można przyjąć, że wystarczające jest spełnienie nierówności  $M_{Rd} > M_{cr}$ . Jeżeli ta nierówność jest spełniona, to średnia wartość momentu niszczącego jest większa od momentu rysującego o ponad 15%, gdyż we wzorze na  $M_{Rd}$  charakterystyczna nośność zbrojenia została zmniejszona przez zastosowanie współczynnika materiałowego. Zatem, dotycząca budynków norma [1] nie zawiera wystarczających informacji do wyznaczenia minimalnego zbrojenia elementów sprężonych.

Dodatkowe zasady dotyczące elementów sprężonych w mostach znajdują się w normie [2]. Wydaje się, że można je odnieść również do innych budowli. Zgodnie z p. 6.1 (109) normy [2] w konstrukcjach sprężonych ogólne wymaganie przeciwdziałania kruchemu zniszczeniu, wyrażone w p. 5.10.1(5)P normy [1], można spełnić, stosując jedną z trzech wymienionych metod. Kursywą przedstawiono cytat z normy [2], a więc słownictwo, składnia, punktacja i interpunkcja, jak w normie. (109) *W konstrukcjach sprężonych zasada 5 (P) według 5.10.1 może być speł-*

*niona za pomocą jednej z poniższych metod:*

a) *Sprawdzenie nośności przy zredukowanej powierzchni sprężenia. Sprawdzenie to przeprowadza się następująco:*

i) *Oblicza się moment zginający przy założeniu częstej kombinacji obciążeń.*

ii) *Określa się zredukowaną powierzchnię sprężenia, przy której naprężenie rozciągające w skrajnym włóknie, jeśli przekrój poddany jest momentowi obliczonemu w i) powyżej, osiąga  $f_{cm}$ .*

iii) *Oblicza się nośność graniczną na zginanie, stosując zredukowaną powierzchnię pola przekroju sprężenia. Powinna ona przekraczać moment zginający, przy założeniu kombinacji częstej. W sprawdzeniu tym można uwzględnić redystrybucję sił wewnętrznych w konstrukcji, a graniczny moment zginający obliczać, stosując częściowe materiałowe współczynniki bezpieczeństwa, w przypadku wyjątkowych kombinacji obliczeniowych, podane w 2.4.2.4 tablica 2.1N.*

b) *Zapewnienie minimalnego pola przekroju zbrojenia – zgodnie z równaniem (6.101a). Stal zbrojeniowa przewidziana do innych celów może być włączona do  $A_{s,min}$ .*

$$A_{s,min} = M_{rep} / z_s f_{yk} \quad (6.101a)$$

gdzie:

$M_{rep}$  *jest momentem rysującym, obliczonym przy założeniu naprężenia rozciągającego w skrajnym włóknie rozciągającym przekroju równego  $f_{ctx}$ , pomijając inne efekty sprężenia; wewnątrz złącza segmentowych elementów prefabrykowanych należy przyjąć, że  $M_{rep}$  jest równe zero;  $z_s$  jest ramieniem sił wewnętrznych w stanie granicznym nośności odniesionym do stali zbrojeniowej. UWAGA. Wartość  $f_{ctx}$  do stosowania w kraju można znaleźć w załączniku krajowym. Wartością zalecaną  $f_{ctx}$  jest  $f_{cm}$ .*

c) *Zapewnienie dostatecznych dowodów dotyczących niezawodności cięgien – za pomocą monitoringu lub sprawdzonych technik inspekcji.*

*UWAGA: Odpowiednią metodę lub metody (wybrane z a, b lub c) do stosowania w kraju można podać w załączniku krajowym.*

W normie [2] znajduje się p. (110), w którym sprecyzowano szczegóły stosowania metody b). W artykule nie zajmujemy się tym zagadnieniem.

Posługując się metodą a), należy wyznaczyć taką siłę sprężającą, która – działając jednocześnie z innymi obciążeniami spowodowanymi częstą kombinacją oddziaływań – wywołuje w naj-

bardziej rozciąganych włóknach przekroju naprężenie równe  $f_{ctm}$ . Pole powierzchni zbrojenia sprężającego potrzebnego do tego celu nazywa się w normie „zredukowaną powierzchnią sprężenia”. Można uznać, że moment zginający, który wywołuje w przekroju tak określone naprężenia, ma wartość zbliżoną do momentu rysującego  $M_{cr}$ . Moment graniczny  $M_{Rd}$  oblicza się, stosując „zredukowaną powierzchnię sprężenia” i współczynniki oddziaływań  $\gamma_C = 1,20$  i  $\gamma_S = 1,0$ . Jeżeli moment  $M_{Rd}$  jest większy od momentu wywołanego przez częstą kombinację oddziaływań, to uznaje się, że wymagania ze względu na kruche zniszczenie są spełnione.

### Jednolita teoria i metoda obliczania minimalnego zbrojenia rozciąganego

W normach [1, 2] rozpatruje się dwa rodzaje minimalnego zbrojenia rozciąganego. Pierwszy rodzaj to **zbrojenie minimalne**  $A_{s,min}$ , dobierane **ze względu na niebezpieczeństwo kruchego zniszczenia, a drugi to zbrojenie minimalne ze względu na zarysowanie** (też oznaczone w normie przez  $A_{s,min}$ ) omówione w punkcie 7.3.2 normy [1], zatytułowanym „Minimalne pola przekroju zbrojenia”. Oba rodzaje minimalnego zbrojenia mają zapobiec niekorzystnym zjawiskom, które mogą wystąpić przy skokowej zmianie siły w zbrojeniu związanej ze zmianą fazy I (przekrój niezarysowany) na II (przekrój zarysowany). W obliczeniach obu tych wielkości można opierać się na zasadach wynikających z analizy skokowej zmiany odkształceń, która zachodzi, gdy w betonie powstaje rysa. Przedstawiona jednolita teoria minimalnego zbrojenia dotyczy dowolnie obciążonych (tzn. zginanych, rozciąganych i ściskanych mimośrodowo, w których znajduje się zbrojenie rozciągane) przekrojów żelbetowych i sprężonych, a zasady ujęte w normach występują w niej jako szczególne przypadki.

Na rysunku 1 przedstawiono rozkład sił wewnętrznych w przekroju bezpośrednio przed zarysowaniem i bezpośrednio po pojawieniu się rysy. Rozpatruje się przekrój o polu  $A_c$  i wskaźniku wytrzymałości  $W$ . Założono, że zarysowanie następuje, gdy największe naprężenie rozciągające w betonie osiąga wartość  $f_{ctm}$ . Siła

powstająca w strefie rozciąganej betonu bezpośrednio przed zarysowaniem znika po zarysowaniu, a równowagę sił zapewnia zbrojenie rozciągane, w którym powstaje naprężenie  $\sigma_s$ , znacznie większe od naprężenia, które występowało w zbrojeniu przed zarysowaniem.

Przy osiowym rozciąganiu siła podłużna bezpośrednio przed zarysowaniem, czyli siła rysująca, jest równa sile bezpośrednio po zarysowaniu. Oznaczając sumę pól prętów zbrojenia rozciąganego przez  $A_s$ , otrzymuje się przy osiowym rozciąganiu:

$$A_s \sigma_s = A_c f_{ctm} \quad (2)$$

Przy czystym zginaniu moment zginający bezpośrednio przed zarysowaniem (moment rysujący) jest równy momentowi bezpośrednio po zarysowaniu i w przypadku przekroju prostokątnego wynosi:

$$A_s \sigma_s z = (1/6)bh^2 f_{ctm} \quad (3)$$

Przyjmując ramię sił wewnętrznych  $z = 0,833h$  i pole strefy rozciąganej przed zarysowaniem równe połowie całego pola przekroju  $A_{ct} = 0,5 A_c = 0,5bh$  otrzymuje się wzór (7.1) w normie [1] zalecany w przypadku zginania ( $k_c = 0,4$ ):

$$A_s \sigma_s = 0,4 A_c f_{ctm} \quad (4)$$

Gdy  $\sigma_s = f_{yk}$  oraz  $b = b_t$  i  $h = 1,3d$ , to z wzoru (3) otrzymuje się wzór identyczny z wzorem (1).

Podstawowe wzory dotyczące obu rozpatrywanych minimalnych zbrojeń określa się na podstawie warunków równowagi, porównując moment rysujący (lub siłę rysującą) z momentem (siłą) bezpośrednio po zarysowaniu. Minimum ze względu na kruche zniszczenie otrzymuje się, zakładając, że bezpośrednio po zarysowaniu naprężenie w zbrojeniu rozciągającym jest równe  $f_{yk}$ , a minimum ze względu na zarysowanie – przyjmując pole przekroju zbrojenia zapewniające, że pod wpływem momentu rysującego  $M_{cr}$  po zarysowaniu naprężenie w zbrojeniu  $\sigma_s$  będzie mniejsze od  $f_{yk}$ . Jeżeli trzeba ograniczyć szerokość rys, to potrzebne pole przekroju zbrojenia jest znacznie większe niż minimum wymagane ze względu na kruche zniszczenie (rozpatrzmy je w następnym artykule).

W normie [1], w związku z wzorem (1), jest mowa wyłącznie o minimalnym zbrojeniu rozciągającym elementów zginanych, chociaż zasady minimalnego zbrojenia ze względu na zarysowanie mają ogólniejszy charakter i dotyczą również elementów z niezerową siłą podłużną.

Uogólniając zasadę stosowaną do elementów zginanych, można przyjąć, że **ogólna zasada wyznaczania minimalnego zbrojenia ze względu na kruche zniszczenie ma postać:**

$$M_{Rd,k} > M_{cr} \quad (5)$$

W przypadku elementów rozciąganych z małym mimośrodem zamiast (5) można stosować wymaganie:

$$|N_{Rd,k}| > |N_{cr}| \quad (6)$$

gdzie:

$M_{cr}$ ,  $N_{cr}$  – odpowiednio moment rysujący i siła rysująca, wyznaczone przy założeniu, że zarysowanie pojawia się, gdy naprężenie rozciągające w betonie osiąga średnią wytrzymałość na rozciąganie  $f_{ctm}$ ;  $M_{Rd,k}$ ,  $N_{Rd,k}$  – odpowiednio moment niszczący i siła niszcząca, obliczone przy założeniu, że granica plastyczności stali jest równa  $f_{yk}$  (a nie  $f_{yd}$ , jak przyjmuje się, sprawdzając stan graniczny nośności).

W normie [2] znajduje się zalecenie, aby obliczając  $M_{Rd,k}$  przyjmować  $\gamma_C = 1,20$ . Podstawowe wzory do obliczania momentu rysującego i siły rysującej zestawiono w tabeli. Otrzymano je, zakładając, że w przekro-

**Obliczanie momentu rysującego  $M_{cr}$  i siły rysującej  $N_{cr}$**   
*Calculation of the cracking moment  $M_{cr}$  and the cracking force  $N_{cr}$*

Czyste zginanie	$M_{cr} = W f_{ctm}$
Zginanie z niezerową siłą podłużną	$\sigma_c = N/A_c$ , $M_{cr} = W(f_{ctm} + \sigma_c)$
Zginanie elementu sprężonego siłą $P$ na mimośrodku $z_{cp}$	$\sigma_{cp} = P/A_c + Pz_{cp}/W$ , $M_{cr} = W(f_{ctm} + \sigma_{cp})$
Osiowe rozciąganie	$N_{cr} = -A_c f_{ctm}$
Osiowe rozciąganie elementu sprężonego osiowo	$\sigma_{cp} = P/A_c$ , $N_{cr} = -A_c(f_{ctm} + \sigma_{cp})$

Oznaczenia:  $N$  – siła podłużna działająca osiowo (za dodatnią przyjęto siłę ściskającą);  $P$  – siła sprężająca;  $\sigma_{cp}$  – wg normy [1] to naprężenie ściskające wywołane przez siłę  $P_{k,inf}$  po wszystkich stratach

jach obciążonych momentem zginającym i siłą podłużną  $N$ , działającą osiowo, zarysowanie pojawia się, gdy:

$$f_{ctm} = M_{cr}/W - N/A_c = M_{cr}/W - \sigma_c \quad (7)$$

a zarysowanie przekrojów sprężonych siłą  $P$  na mimośrodku  $z_{cp}$  następuje, gdy

$$f_{ctm} = M_{cr}/W - P/A_c = Pz_{cp}/W = M_{cr}/W - \sigma_{cp} \quad (8)$$

gdzie:

$W$  – wskaźnik wytrzymałości wyznaczony dla włókna, w którym występuje największe naprężenie rozciągające.

Spełnienie wymagania (5) lub (6) oznacza, że ewentualne wyczerpanie nośności będzie poprzedzone przez zarysowanie konstrukcji, a więc nie wystąpi gwałtowne, kruche wyczerpanie nośności, niepoprzedzone zjawiskami sy-

gnalizującymi zagrożenie. Oczywiście, wymagania (5) lub (6) należy stosować tylko w przypadku takich przekrojów, w których przyczyną wyczerpania nośności może być osiągnięcie granicy plastyczności w zbrojeniu rozciągającym. Jeżeli siła podłużna osiąga odpowiednio dużą wartość, to wyczerpanie nośności zbrojenia przez jego rozciąganie nie jest możliwe i wzory (5) i (6) tracą sens.

Sprawdzając stan graniczny nośności, oblicza się  $M_{Rd}$  zakładając, że osiąga się obliczeniową (a nie charakterystyczną) granicę plastyczności. Nie chcąc powtarzać obliczenia nośności granicznej dla charakterystycznych wartości wytrzymałości materiałów, można przyjąć, że wystarczające jest spełnienie nierówności  $M_{Rd} > M_{cr}$ . Jeżeli ta nierówność jest spełniona, to wartość momentu niszczonego  $M_{Rd,k}$  jest większa od momentu rysującego o ponad 15%, gdyż we wzorze na  $M_{Rd}$  charakterystyczna nośność zbrojenia jest zmniejszona przez zastosowanie współczynnika materiałowego.

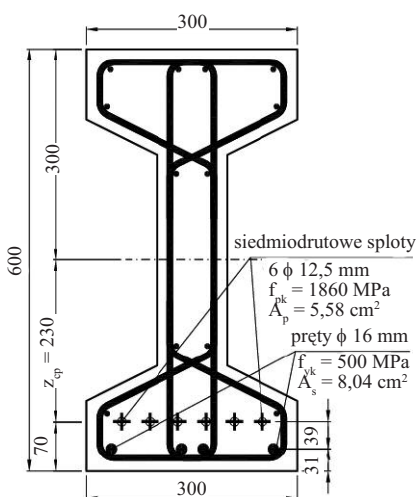
Porównanie zasady (109a) z normy [2] z proponowanym w artykule wymaganiem  $M_{Rd} > M_{cr}$  ilustruje następujący przykład. Dane zaczerpnięto z projektu dachowej belki strunobetonowej o rozpiętości 16,0 m, zamieszczonego w rozdziale 20 książki [4]. Wymiary i zbrojenie przekroju przedstawiono na rysunku 2.

Przyjęte dane: beton C50/60;  $f_{cd} = 50/1,4 = 35,7$  MPa;  $f_{ctm} = 4,1$  MPa; moment wywołany częstą kombinacją oddziaływań  $M_{fr} = 243,6$  kN · m; moment od obciążeń charakterystycznych  $M_{char} = 402,3$  kN · m; dolny wskaźnik wytrzymałości przekroju betonu  $W_d = 0,01562$  m<sup>3</sup>.

Naprężenie w dolnych włóknach wywołane sprężeniem (po uwzględnieniu wszystkich strat i pomnożeniu siły sprężającej przez współczynnik 0,9) wynosi 12,75 MPa. Moment rysujący:

$$M_{cr} = (\sigma_{cp} + f_{ctm})W_d = (12,75 + 4,1) \cdot 0,01562 \cdot 10^3 = 263,2 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Moment  $M_{fr}$  jest mniejszy od momentu rysującego, ale moment  $M_{char}$  jest większy od  $M_{cr}$ , a zatem sprawdzając SGU, należy rozpatrywać przekrój jako zarysowany. Obliczając moment w stanie granicznym nośności  $M_{Rd}$  stwierdzono, że w SGN występują odkształcenia wystarczające do osiągnięcia w zbrojeniu sprężającym  $f_{pd} = 1455$  MPa, a w zbrojeniu niespręż-



Rys. 2. Przekrój poprzeczny belki  
Fig. 2. Cross-section of the beam

żonym  $f_{yd} = 435$  MPa (obliczeń nie przytacza się).  $M_{Rd} = 566,4$  kN · m jest znacznie większy od  $M_{cr} = 263,2$  kN · m, a więc nie ma zagrożenia kruchym zniszczeniem.

Stosując metodę a) z normy [2], obliczono „zredukowane sprężenie” na podstawie wzoru:

$$f_{ctm} = (M_{fr}/W_d) - \sigma_{cp} = 0,2436/0,01562 - \sigma_{cp} = 15,60 - \sigma_{cp}$$

$$\sigma_{cp} = (M_{fr}/W_d) - f_{ctm} = 0,2436/0,01562 - 4,1 = 15,60 - 4,1 = 11,5 \text{ MPa}$$

Zakładając, że pole przekroju zbrojenia sprężonego jest proporcjonalne do naprężenia  $\sigma_{cp}$ , otrzymano „zredukowane pole”:

$$5,58(11,5/12,75) = 5,033 \text{ cm}^2$$

Przyjmując, że w SG strefa ściskana betonu znajduje się w górnej półce przekroju, równanie równowagi sił ma postać:

$$A_{cc}\eta f_{cd} - A_{sl}f_{yd} = A_p f_{pd}$$

(założono  $f_{cd} = 50/1,2 = 41,67$  MPa,  $f_{pd} = 0,9 \cdot 1860 = 1674$  MPa,  $f_{yd} = 500$  MPa, moment graniczny obliczony dla takich danych oznaczono przez  $M_{Rd,k}$ )

$$0,3 \cdot 1,0 \cdot 41,67 \cdot \lambda x - 8,04 \cdot 500 \cdot 10^{-4} = 5,033 \cdot 1674 \cdot 10^{-4}$$

Z równania tego otrzymuje się  $\lambda x = 0,09956$  m, a więc strefa ściskana występuje w półce przekroju. Moment statyczny siły w strefie ściskanej względem wypadkowej siły sprężającej:

$$S_{cc} f_{cd} = 41,67 \cdot 0,30 \cdot 0,09956$$

$$(0,53 - 0,5 \cdot 0,09956) = 0,5977 \text{ MN} \cdot \text{m},$$

a moment graniczny wynosi:

$$M_{Rd,k} = 0,5977 + 8,04 \cdot 0,039 \cdot 500 \cdot 10^{-4} = 0,6134 \text{ MN} \cdot \text{m} = 613,4 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Metodą „zredukowanego sprężenia” wg [2] otrzymano  $M_{Rd,k} = 613,4$  kN · m,  $M_{fr} = 243,6$  kN · m,  $M_{Rd,k}/M_{fr} = 2,52$ .

Stosując zasadę proponowaną w artykule, otrzymuje się  $M_{Rd} = 566,4$  kN · m,  $M_{cr} = 263,2$  kN · m,  $M_{Rd}/M_{cr} = 2,15$ . W obu przypadkach wymagania ze względu na kruche zniszczenie są spełnione z nadmiarem.

## Wnioski

A) Uogólniając wymagania norm [1, 2] dotyczące minimalnego zbrojenia zabezpieczającego konstrukcję przed kruchym zniszczeniem, można przyjąć, że w przekrojach elementów żelbetowych i sprężonych, w których wyczerpanie nośności następuje na skutek osiągnięcia granicy plastyczności zbrojenia, wymagania norm są spełnione wtedy, gdy:

$$M_{Rd} > M_{cr}$$

W elementach rozciąganych z małym mimośrodem nierówność tę można zastąpić przez

$$|N_{Rd}| > |N_{cr}|$$

Jeżeli wymagania te nie są spełnione w przypadku wartości  $M_{Rd}$  (lub  $N_{Rd}$ ) obliczonych w zwykły sposób (tzn. dla obliczeniowych wartości cech materiałów), to można zastosować wymagania złagodzone, zastępując  $M_{Rd}$  przez  $M_{Rd,k}$  i  $N_{Rd}$  przez  $N_{Rd,k}$ . Wartości  $M_{Rd,k}$  i  $N_{Rd,k}$  wyznacza się, stosując znormalizowaną teorię nośności granicznej z charakterystycznymi wartościami granicy plastyczności zbrojenia.

B) Wzory do obliczania  $M_{cr}$  w podstawowych przypadkach przedstawiono w tabeli.

C) Zasada wyrażona w punkcie A) (w przypadku zastosowania nierówności  $M_{Rd,k} > M_{cr}$  i dodatkowego wymagania  $A_{s,min} \geq 0,0013b_d$ ) jest równoważna wymaganiom stawianym żelbetowym elementom zginanym w normie [1]. W innych przypadkach zasada ta jest uogólnieniem wymagań normy [1].

## Literatura

- [1] PN-EN 1992-1-1:2008 Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [2] PN-EN 1992-2:2010. Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 2: Mosty z betonu. Obliczanie i reguły konstrukcyjne.
- [3] PN-57 B/03320 Konstrukcje z betonu sprężonego. Obliczenia statyczne i projektowanie. 1957.
- [4] Knauff M, Niedośpiał M. Betonowe konstrukcje sprężone w budownictwie ogólnym. Wydawnictwo Naukowe PWN, 2021.

Przyjęto do druku: 21.09.2022 r.