

dr hab. inż. Arkadiusz Madaj, prof. PP<sup>1\*)</sup>  
mgr inż. Katarzyna Mossor<sup>1)</sup>

# Wybrane przyczyny powstawania rys nad podporami pośrednimi belek ciągłych na przykładzie przęsła wiaduktu drogowego

## *Chosen causes of cracking near intermediate supports in continuous beams on the example of a road viaduct*

DOI: 10.15199/33.2019.04.11

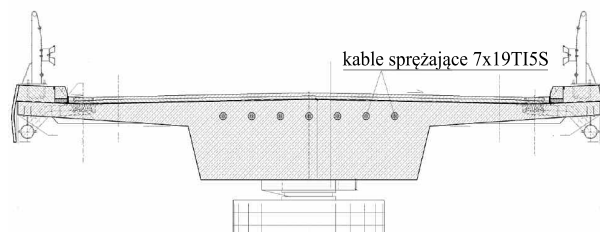
**Streszczenie.** W artykule poddano analizie dwie możliwe przyczyny zarysowania konstrukcji sprężonej nad podporą pośrednią w dwuprzęsłowej belce sprężonej: momenty wzbudzone i nierównomierne osiadanie podpór. W przykładowym przęśle wiaduktu drogowego okazało się, że wartość momentów wzbudzonych była ponad trzykrotnie większa od momentu od sprężenia. Obliczona różnica osiadania pomiędzy przyczółkami a filarem wynosiła ponad 1,5 cm. Generuje to dodatkowy moment zginający, powodujący rozciąganie dolnych włókien belki nad filarem. Jeśli wymienione skutki sprężenia i nierównomiernego osiadania podpór nie były uwzględnione na etapie projektowania, mogły w konsekwencji doprowadzić do zarysowania dolnej krawędzi belki przęsła, która nominalnie jest ściskana.

**Słowa kluczowe:** beton sprężony; zarysowanie; momenty wzbudzone; nierównomierne osiadanie.

**Abstract.** In the paper the authors present an analysis of two possible causes of cracking in a two-span continuous road viaduct: secondary moments and irregular settlement. In the presented example the value of secondary moments was over three times higher than the value of moments resulting from prestress. The calculated difference in settlement between the abutment and the pillar reached over 1,5 cm. That causes an additional bending moment, which is responsible for tension in the bottom part of the beam near the intermediate support. If those effects were not considered properly during the design stage, they may have led to cracking in the part of the structure, which is nominally in compression.

**Keywords:** prestressed concrete; cracking; secondary moments; irregular settlement.

Inspiracją do podjęcia próby przeanalizowania przyczyn występowania rys w nominalnie ściskanej strefie dwuprzęsłowej belki sprężonej, tj. przy dolnej krawędzi nad podporą pośrednią, były zaobserwowane rysy prostopadłe do osi belek w przęsłach kilku dwuprzęsłowych wiaduktów drogowych. Inwentaryzacja rys wykazała, że miały one rozwarłość od ok. 0,02 mm (rysy włoskowate) do ok. 0,12 mm, osiągały oś obojętną i znajdowały się na odcinkach równych ok. 1/10 rozpiętości przęseł. W celu ustalenia przyczyn zarysowania i występowania rys w nominalnie ściskanych strefach belek przedstawiono analizę stanu naprężenia w strefie podporowej dwuprzęsłowego wiaduktu. Jest to obiekt ciągły, o rozpiętości przęseł 2 x 27,0 m i długości całkowitej 65,80 m, wykonany z betonu sprężonego (rysunek). W przekroju poprzecznym przęsła składa się z jednego dźwigara – trapezowej belki z płytowymi wspornikami. Szerokość całkowita obiektu wynosi 9,36 m, a kąt skrzyżowania z przeszkodą 105,2°. Obiekt zaprojektowano na klasę obciążenia B wg PN-85/S-10030. Wszystkie podpory zostały posadowione bezpośrednio, przy czym filary na relatywnie małej ławie fundamentowej w porównaniu z przyczółkami. Ustrój nośny zaprojektowano z betonu B40



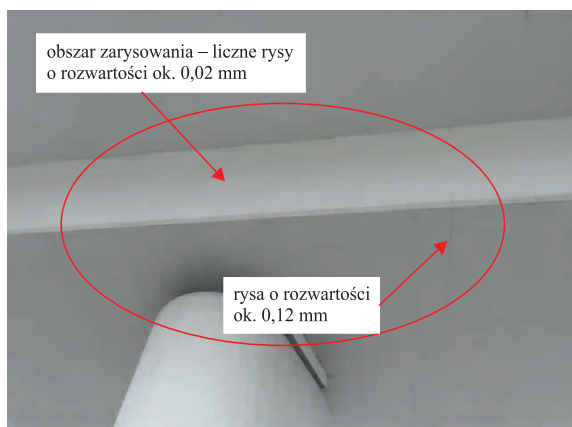
**Przekrój poprzeczny wiaduktu (rysunek z dokumentacji projektowej)**

*Viaduct cross-section (figure from design records)*

i stali sprężającej 19T15S, o wytrzymałości charakterystycznej  $f_{pk} = 1860$  MPa. W przekroju poprzecznym zastosowano 7 kabli. Na podstawie protokołów sprężania ustalono, że średnia siła sprężająca w jednym kablu wynosiła  $P_0 = 4280$  kN. Przęsła zostały wykonane na rusztowaniach, a wiadukt sprężono po ośmiu dniach od ich zabetonowania.

Podczas przeglądu wiaduktu stwierdzono rysy na długości 165 i 225 mm w stosunku do osi filara na dolnej krawędzi belki – nad filarem (fotografia). Przechodziły one przez całą szerokość belki i sięgały do wysokości ok. 65 cm od dolnej krawędzi (teoretyczna oś obojętna dźwigara w odległości 48 cm od dolnej krawędzi).

<sup>1)</sup> Politechnika Poznańska; Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska  
<sup>\*)</sup> Adres do korespondencji: arkadiusz.madaj@put.poznan.pl



Zarysowania przy dolnej krawędzi – nad filarem analizowanego wiaduktu

Cracking at the bottom edge – above the intermediate support of the viaduct

### Analiza wpływu momentów wzbudzonych i osiadania podpór na stan graniczny zarysowania konstrukcji sprężonej

**Moment rysujący.** Precyzyjne wyznaczenie momentu rysującego nie jest łatwe. Pod wpływem działania momentu zginającego rozkład naprężeń w stanie zarysowania (wystąpienia momentu rysującego) w strefie rozciąganej odbiega od liniowego. W praktyce w celu uproszczenia obliczeń przyjmuje się liniowy rozkład naprężeń w strefie rozciąganej betonu, zwiększając jednocześnie wytrzymałość betonu na rozciąganie do umownej granicy  $\lambda f_{ctm}$ . Wartość współczynnika uplastycznienia  $\lambda$  zależy m.in. od kształtu przekroju, intensywności sprężenia, a także stopnia nasycenia przekroju zbrojeniem zwykłym. W konsekwencji moment rysujący  $M_{cr}$  obliczamy ze wzoru [2]:

$$M_{cr} = W((P/A_c) + (Pz_{cp}/W) + \lambda f_{ctm}) \quad (1)$$

gdzie:

$P$  – siła sprężająca po stratach;  $A_c$  – pole przekroju elementu;  $z_{cp}$  – mimośród siły sprężającej;  $W$  – wskaźnik wytrzymałości przekroju, w odniesieniu do analizowanej krawędzi przekroju;  $f_{ctm}$  – średnia wytrzymałość betonu na rozciąganie w chwili obciążenia przekroju ( $f_{ctm}(t)$ ).

Współczynnik uplastycznienia  $\lambda$  zazwyczaj jest przyjmowany w przedziale  $1,0 \div 2,0$ , przy czym  $\lambda = 1,0$  (jak zalecają normy [3, 4]) oznacza założenie sprężystej pracy elementu sprężonego aż do zarysowania.

W celu oszacowania wartości momentu rysującego w analizowanym prześle wiaduktu obliczono jego nominalną wartość, przyjmując średnią wartość wytrzymałości betonu na ściskanie uzyskaną z badań po 28 dniach równą 51 MPa. Zgodnie z [5], przyjęto średnią wytrzymałość na rozciąganie jak w przypadku betonu B45 –  $f_{ctm} = 3,2$  MPa, a następnie obliczono nominalny moment rysujący analizowanego przęsła wiaduktu. Przyjęto nominalną wartość trwałej siły sprężającej  $P = 7 \times 4280$  kN = 29960 kN. Za miarodajny uznano przekrój oddalony od podpory o 2,5 m, znajdujący się w przybliżeniu na krawędzi strefy zarysowania, co pokrywa się również z miejscem wystąpienia rysy o największej rozwarości.

W celu określenia, w jakim stopniu wartość przyjętego współczynnika uplastycznienia oraz wytrzymałości betonu na rozciąganie wpływa na wartość momentu rysującego, do-

konano jego obliczenia w analizowanym przekroju dla najczęściej przyjmowanych współczynników uplastycznienia  $\lambda$  oraz uwzględniając odchylenie wartości wytrzymałości betonu na rozciąganie o  $\pm 10\%$  (tabela). Z analizy tabeli wynika duża wrażliwość przekroju na sposób odkształcenia betonu rozciąganego – zarówno w zakresie plastycznym, jak i sprężystym. Różnica w obliczonej wartości momentu rysującego w zależności od przyjętego współczynnika uplastycznienia  $\lambda$  wynosi w skrajnym przypadku 30%. Utrudnia to oszacowanie momentu rysującego w konstrukcji sprężonej na etapie projektowania, co może w praktyce skutkować przeszacowaniem obliczeniowego momentu rysującego i w konsekwencji prowadzić do powstawania nieprzewidywanych rys w rzeczywistej belce sprężonej. Zmiana wytrzymałości betonu na rozciąganie o  $\pm 10\%$  powoduje, że wartość momentu rysującego w przypadku włókien dolnych przekroju różni się o ok.  $\pm 8\%$ , natomiast włókien górnych o ok.  $\pm 5\%$  przy  $\lambda = 2,0$  oraz  $\lambda = 1,7$ . Natomiast w przypadku  $\lambda = 1,0$  różnica ta wynosi odpowiednio ok.  $\pm 6\%$  dla włókien dolnych i ok.  $\pm 3\%$  dla włókien górnych.

**Wartość momentu rysującego w przypadku włókien dolnych przekroju ( $M_d$ ) oraz włókien górnych przekroju ( $M_g$ ), w odległości 2,5 m od osi podpory pośredniej ( $z_{cp} = 10,7$  cm), w zależności od wartości współczynnika  $\lambda$  i wytrzymałości na rozciąganie  $f_{ctm}$**   
Cracking moment values for bottom edge ( $M_d$ ) and upper edge ( $M_g$ ) of the cross-section, 2,5 m from the intermediate support axis ( $z_{cp} = 10,7$  cm), depending on the  $\lambda$  factor value and concrete tensile strength  $f_{ctm}$

Wytrzymałość na rozciąganie	Moment rysujący [kNm] w zależności od $\lambda$					
	$\lambda = 2,0$		$\lambda = 1,7$		$\lambda = 1,0$	
	$M_d$	$M_g$	$M_d$	$M_g$	$M_d$	$M_g$
1,0 $f_{ctm}$	8520	21611	7520	20041	5187	16379
0,9 $f_{ctm}$	7853	20564	6953	19152	4853	15855
1,1 $f_{ctm}$	9187	22657	8087	20930	5520	16902

W analizowanym przekroju oszacowany moment zginający (tzw. charakterystyczny) powodujący rozciąganie dolnych włókien od ciężaru własnego konstrukcji i sprężenia wyniósł 5861 kNm. Wartość ta nie uwzględnia ewentualnego nierównomiernego osiadania podpór, lecz momenty wzbudzone. Porównanie tej wartości z momentami rysującymi zestawionymi w tabeli wskazuje, że są one zbliżone. **Z dużym prawdopodobieństwem można przyjąć, że do zarysowania przekroju w analizowanym przypadku mogło dojść na skutek działania tylko momentów zginających od ciężaru własnego i sprężenia**, nawet bez uwzględniania nierównomiernego osiadania podpór. Natomiast jeśli pominie się momenty wzbudzone, to moment od ciężaru własnego i od sprężenia wynosi 4682 kNm, ale ma on kierunek powodujący ściskanie dolnych włókien, a więc w analizowanej konstrukcji nie powinno nastąpić zarysowanie dolnej krawędzi przęsła nad podporą pośrednią. W związku z tym w artykule przeanalizujemy wpływ momentów wzbudzonych oraz nierównomiernego osiadania podpór na rozkład naprężeń w konstrukcji sprężonej.

**Źródłem momentów wzbudzonych** są ograniczenia swobody przemieszczeń konstrukcji nad podporami, które generują dodatkowe reakcje. W dowolnym prześle moment  $M_{wzb}(x)$  wywołany reakcjami hiperstatycznymi jest funkcją odległości  $x$  danego przekroju od podpory, gdyż w rozpatry-

wanym stanie wyłącznego sprężenia nie działa żadna inna siła poza reakcjami podporowymi [1, 2]. Jeżeli rzędną kabla względem dowolnej osi układu oznaczmy przez  $y$ , to rzędna linii ciśnienia zostanie określona równaniem:

$$Y = y + (M_{wzb}/P) = y + (A + Bx/P) = y + A' + B'x \quad (2)$$

gdzie:

$Y$  – rzędna linii ciśnienia;  $A, B, A', B'$  – wielkości stałe;

$P$  – siła sprężająca;  $M_{wzb}$  – moment wzbudzony;

$y$  – rzędna kabla;  $x$  – odległość danego przekroju od podpory.

Różnice rzędnych obu linii są więc rzędnymi linii prostej i w efekcie krzywizny obu tych linii są jednakowe w każdym przekroju. Wobec bardzo płaskiego kształtu rozpatrywanych krzywych pomija się we wzorze składnik w formie funkcji liniowej  $A' + B'x$ . Wynika stąd, że linia ciśnienia różni się od linii kabla wypadkowego jedynie położeniem na podporach pośrednich oraz na odcinkach przęsłowych. Linia ciśnienia (linia sprężenia) nad podporami skrajnymi pokrywa się z osią kabla wypadkowego. W zależności od trasy kabla wypadkowego, wartości momentów wzbudzonych mogą osiągać znaczne wartości. W związku z tym w celu redukcji wartości momentów wzbudzonych zaleca się tak kształtować trasę kabla wypadkowego, by była ona zbliżona do tzw. trasy współbieżnej (trasy niepowodującej powstawania momentów wzbudzonych).

W analizowanym prześle wiaduktu drogowego **wartość momentów wzbudzonych wynosiła ok. 10500 kNm i była ponad trzykrotnie większa od wartości momentu od sprężenia**. W efekcie linia sprężenia przesunęła się względem osi ciężkości kabli sprężających aż o ok. 40 cm. W konsekwencji na dolnej krawędzi przęsła powstały naprężenia rozciągające od sprężenia o wartości ponad 8,0 MPa, a gdyby działała tylko siła sprężająca (bez uwzględniania momentów wzbudzonych), to powstałyby naprężenia ściskające o wartości ok. 1,8 MPa.

**Istotną przyczyną generującą dodatkowe siły wewnętrzne jest nierównomierne osiadanie podpór.** W związku z tym należy dążyć do takiego projektowania fundamentów, by osiadanie było zbliżone, a co najwyżej różnica nie powinna przekraczać powszechnie przyjmowanej wartości jako dopuszczalnej i uwzględnianej standardowo w analizie wytrzymałościowej, tj. 1 cm [6]. W analizowanym prześle wiaduktu okazało się, że obliczona różnica w osiadczeniu pomiędzy przyczółkami (podporą skrajną) a filarem (podporą środkową belki dwuprzęsłowej) wynosiła ponad 1,5 cm (większe osiadanie filara w porównaniu z osiadczeniem przyczółków). Generuje to dodatkowy moment zginający, powodujący rozciąganie dolnych włókien belki nad filarem. Jedną z istotnych przyczyn takiego stanu była duża różnica wymiarów fundamentów przyczółków i filara – w obu przypadkach posadowionych bezpośrednio. Fundamenty pod przyczółkami mają 2,3 razy większe pole niż fundament pod filarem, przy jednocześnie większej o 3,3 razy reakcji od ciężaru stałego na filar od reakcji na przyczółek.

Większe osiadanie filara w porównaniu z osiadczeniem przyczółków generuje nad podporą przęsła analizowanego wiaduktu dodatkowe momenty zginające o wartości ok. 1700 kNm i odpowiednio dodatkowe naprężenia rozciągające na dolnej krawędzi o wartości ok. 2,0 MPa, co mogło się przyczynić w sposób istotny do powstania rys przy dolnej krawędzi belki nad filarem.

## Podsumowanie

Analiza wykazała istotny wpływ momentów wzbudzonych i nierównomiernego osiadania podpór na rozkład sił wewnętrznych w belce sprężonej. Te dwa czynniki generują dodatkowe naprężenia mające istotny wpływ na rozkład naprężeń. W przykładowym prześle wiaduktu drogowego dodatkowe naprężenia rozciągające przy dolnej krawędzi nad podporą pośrednią dwuprzęsłowej belki wywołane momentami wzbudzonymi i nierównomiernym osiadczeniem podpór wyniosły ok. 10 MPa. Jeżeli opisane skutki sprężenia i nierównomiernego osiadania podpór nie zostały uwzględnione na etapie projektowania lub prawidłowo oszacowane, to były one najbardziej prawdopodobną przyczyną zarysowania nad podporą pośrednią dolnej krawędzi (nominalnie ściskanej) belki sprężonej. Wartość momentów wzbudzonych w prześle wiaduktu drogowego była trzykrotnie większa od momentu od sprężenia. Obliczona różnica osiadań pomiędzy przyczółkami a filarem, która wynosiła ponad 1,5 cm, generuje dodatkowy moment zginający, powodujący rozciąganie dolnych włókien belki nad filarem.

Podobną analizę przeprowadzono w celu określenia przyczyn zarysowania innych obiektów o podobnej konstrukcji. Analizy te potwierdziły przyjętą hipotezę dotyczącą możliwych przyczyn zarysowania przy dolnej krawędzi belki nad podporą pośrednią wiaduktu dwuprzęsłowych.

### Wnioski z badań i analiz dotyczące projektowania konstrukcji sprężonych (sprężonych przęseł mostów):

- momenty wzbudzone mogą mieć istotny wpływ na rozkład sił wewnętrznych w belce sprężonej i generować względnie duże dodatkowe naprężenia normalne, dlatego konieczne jest prawidłowe ich oszacowanie i w miarę możliwości ich zmniejszenie;
- zmniejszenie momentów wzbudzonych można uzyskać, projektując tzw. współbieżną trasę wypadkowego kabla sprężającego; jeśli nie jest możliwe układanie kabli zgodnie z trasą współbieżną, to należy dążyć do projektowania takiej trasy kabli, by wywołane sprężeniem momenty wzbudzone miały jak najmniejsze wartości;
- należy szacować osiadanie podpór i uwzględniać ewentualne skutki nierównomiernego osiadania na rozkład sił wewnętrznych; w przypadku konstrukcji wrażliwych na nierównomierne osiadanie, jakimi są konstrukcje sprężone, może to być przyczyną ich zarysowania.

## Literatura

- [1] Ajdukiewicz Andrzej, Jakub Mames. 2001. *Betonowe konstrukcje sprężone*. Gliwice. Wyd. Politechniki Śląskiej.
- [2] Madaj Arkadiusz, Witold Wołowicki W. 2010. *Projektowanie mostów betonowych*. Warszawa. WKŁ.
- [3] PN-EN 1992-1-1:2004. Eurokod 2. Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [4] PN-EN 1992-2:2005. Eurokod 2. Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 2: Mosty z betonu. Obliczenia i reguły konstrukcyjne.
- [5] PN-91/S-10042 Obiekty mostowe. Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Projektowanie.
- [6] PN-85/S-10030 Obiekty mostowe. Obciążenia.

Przyjęto do druku: 09.01.2019 r.