

dr inż. Rafał Ostromiecki¹⁾

„Ręczne” wymiarowanie zbrojenia prostokątnych przekrojów mimośrodowo ściskanych

„By-hand” dimensioning of rectangular reinforced concrete cross-sections subjected to eccentric compression

DOI: 10.15199/33.2019.01.18

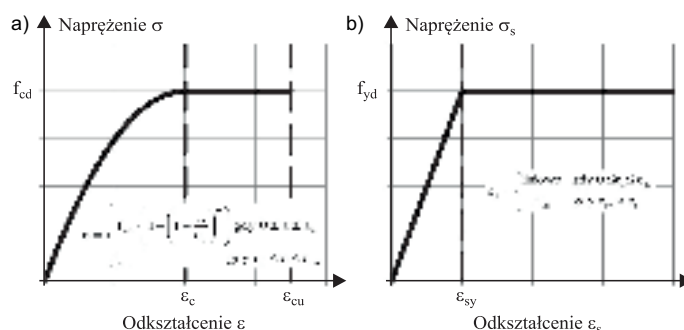
Streszczenie. W artykule zaprezentowano propozycję metody „ręcznych” obliczeń przekrojów prostokątnych ściskanych mimośrodowo, stanowiącej alternatywę dla dostępnych w literaturze rozwiązań z wykorzystaniem tablic i nomogramów. Omówiono genezę proponowanych zależności, przedstawiono zestawienie wykorzystywanych do obliczeń wzorów oraz algorytm prowadzenia obliczeń.

Słowa kluczowe: żelbet; ściskanie mimośrodowe; stan graniczny nośności.

Abstract. The method, that allows for autonomic „by-hand” calculations of rectangular cross sections subjected to eccentric compression, is presented in the article. The proposal is the alternative to those available in the literature and using the charts or tables for the design. The origination of proposed formulae is presented together with the algorithm of leading the calculations.

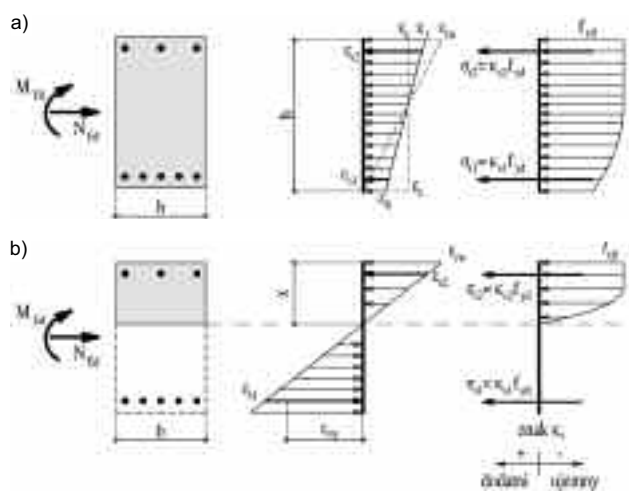
Keywords: reinforced concrete; eccentric compression; ultimate limit state.

Wymiarowanie przekroju zbrojenia słupów mimośrodowo ściskanych jest tematem wielu publikacji. Ich wspólną cechą jest korzystanie z mniej lub bardziej skomplikowanych zależności, zawierających współczynniki podawane w tablicach lub na wykresach, czy stosowanie wielkości bezwymiarowych, np. sił i momentów [1 ÷ 6]. Z praktycznego punktu widzenia wykonanie obliczeń wymaga dostępu do książki z odpowiednimi tablicami lub do artykułu ze wzorami, które trudno zapamiętać. Tymczasem równania równowagi, będące podstawą obliczeń, można sformułować i rozwiązać we własnym zakresie. Uzupełnione dodatkowym założeniem ekonomiczności wyniku (najmniejsze pole całkowitego zbrojenia ze wszystkich możliwych rozwiązań przy danym obciążeniu) lub symetrycznego zbrojenia pozwolą na całkowicie „ręczne” rozwiązanie zadania. Taki tok postępowania sprawdzi się w przypadku przekrojów, w których wystąpi strefa rozciągana oraz wówczas, gdy cały przekrój będzie ściskany. Zależności konstytutywne dotyczące betonu i zbrojenia, przyjmowane do obliczeń zgodnie z Eurokodem 2 [7], przedstawiono na rysunku 1. Istotne do obliczeń w stanie granicznym nośności jest także przyjęcie liniowego rozkładu odkształceń (zasada płaskich przekrojów), co zobrazowano na rysunku 2. Odkształcenia graniczne w strefie ściskanej betonu podlegają dodatkowo ograniczeniu – nie mogą przekroczyć ϵ_{cu} dla przekroju, w którym wystąpi strefa rozciągana i ϵ_c , gdy cały przekrój podlega ściskaniu osiowemu. Możliwe są przypadki pośrednie, w których odkształcenie mniej ściskanej krawędzi wyniesie ϵ_b ($0 \leq \epsilon_b \leq \epsilon_c$), a krawędzi bardziej ściskanej ϵ_t ($\epsilon_c \leq \epsilon_t \leq \epsilon_{cu}$). Dopuszczalne rozkłady odkształceń w betonie w chwili osiągnięcia stanu granicznego nośności przedstawiono na rysunku 3. W przypadku braku rozciągania wszystkie dopuszczalne rozkłady od-



Rys. 1. Związki konstytutywne dotyczące: a) betonu; b) stali, przyjmowane do obliczeń

Fig. 1. Constitutive laws referring to: a) concrete; b) steel, assumed for calculation

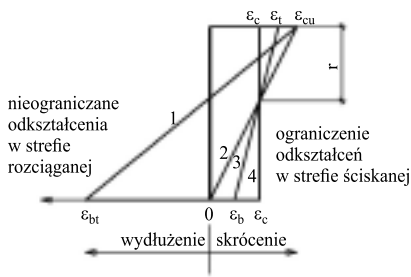


Rys. 2. Rozkład odkształceń i naprężeń w stanie granicznym nośności: a) gdy cały przekrój jest ściskany; b) gdy w przekroju występuje strefa rozciągana

Fig. 2. Strain and stress distribution in the cross-section at the ultimate limit state: a) tensile zone absent; b) tensile zone present

¹⁾ Politechnika Warszawska; Wydział Inżynierii Łądowej; r.ostromecki@il.pw.edu.pl

kształceń przecinają się w jednym punkcie, oddalonym o wymiar r od bardziej ściskanej krawędzi (rysunek 3). Wymiar ten łatwo może być wyznaczony z podobieństwa trójkątów (w przypadku betonu zwykłego wynosi $3/7$ wysokości przekroju):



Rys. 3. Dopuszczalne rozkłady odkształceń w strefie ściskanej betonu
 Fig. 3. Allowable strain distribution in the concrete compression zone

$$r = \frac{\epsilon_{cu} - \epsilon_c}{\epsilon_{cu}} \cdot h \quad (1)$$

Odształcenia betonu determinują odkształcenia prętów zbrojeniowych ϵ_s – zgodnie z założeniem ich równości na powierzchni kontaktu (brak poślizgu). W rezultacie naprężenie w prętach zbrojenia nie zawsze osiągnie granicę plastyczności:

$$\sigma_s = (\epsilon_s / \epsilon_{sy}) \cdot f_{yd} \text{ oraz } \sigma_s \leq f_{yd} \quad (2)$$

Można zastosować także zapis:

$$\sigma_s = \kappa_s \cdot f_{yd} \quad \kappa_s = \epsilon_s / \epsilon_{sy} \text{ przy czym } \kappa_s \leq 1 \quad (3)$$

Znajomość odkształceń w betonie otaczającym zbrojenie pozwala zatem na obliczenie naprężeń w prętach, co jest istotne do sformułowania warunków równowagi.

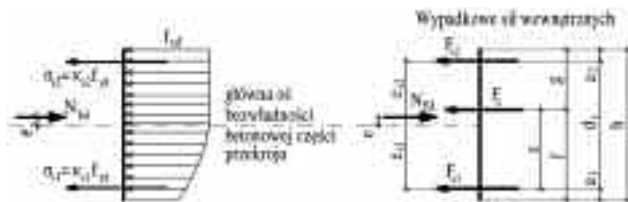
Równania równowagi sił przekrojowych, gdy cały przekrój jest ściskany

Sformułowanie równań równowagi ułatwi rysunek 4, przedstawiający rozkład naprężeń w przekroju oraz wypadkowych sił w betonie i zbrojeniu. Równanie równowagi sił (RRS) przyjmuje postać:

$$N_{Ed} = F_c + F_{s1} + F_{s2} \quad (4)$$

a równowagi momentów (RRM) względem środka ciężkości zbrojenia A_{s1} :

$$N_{Ed} \cdot e_{s1} = F_c \cdot (d - g) + F_{s2} \cdot d_s \quad (5)$$



Rys. 4. Naprężenia i wypadkowe sił wewnętrznych do sformułowania równań równowagi, gdy cały przekrój jest ściskany

Fig. 4. Stresses and resultant internal forces for equilibrium equations formulation, case of no tension in the cross-section

Wartość wypadkowej naprężeń w betonie można obliczyć ze wzoru:

$$F_c = \int_{h-r}^h f_{cd} \cdot b(v) \cdot dv + \int_0^{h-r} \sigma(v) \cdot b(v) \cdot dv \quad (6)$$

gdzie: v – współrzędna mierzona od krawędzi mniej ściskanej.

Po uwzględnieniu związku konstytutywnego dla betonu (rysunek 1) uzyska się nieco rozbudowaną postać:

$$F_c = \int_{h-r}^h f_{cd} \cdot b(z) \cdot dz + \int_0^{h-r} f_{cd} \cdot \left[1 - \left(\left(1 - \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_c} \cdot \frac{z}{h} \right) \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_b}{\epsilon_c} \right) \right)^n \right] \cdot b(z) \cdot dz \quad (7)$$

Dla przekroju prostokątnego $b(v) = b$ wzór jednak znacznie się upraszcza:

$$F_c = \left[1 - A \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_b}{\epsilon_c} \right)^n \right] \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h \quad A = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{cu} \cdot (n+1)} \quad (8)$$

a przy stosowaniu betonu zwykłego o $f_{ck} \leq 50$ MPa ($\epsilon_c = 2\%$; $\epsilon_{cu} = 3,5\%$; $n = 2$; $A = 0,19$):

$$F_c = \left[1 - 0,19 \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_b}{2} \right)^2 \right] \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h \quad (9)$$

Położenie wypadkowej naprężeń w betonie można wyznaczyć, obliczając najpierw moment statyczny względem krawędzi mniej ściskanej:

$$S_c = \int_{h-r}^h f_{cd} \cdot b(v) \cdot v \cdot dv + \int_0^{h-r} \sigma(v) \cdot b(v) \cdot v \cdot dv \quad (10)$$

Po dość żmudnych obliczeniach prowadzi to do zależności dla przekroju prostokątnego:

$$S_c = \left[0,5 - C \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_b}{\epsilon_c} \right)^n \right] \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h^2 \quad C = \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{cu}} \right)^2 \cdot \frac{1}{(n+1) \cdot (n+2)} \quad (11)$$

Ostatecznie położenie wypadkowej naprężeń w betonie względem mniej ściskanej krawędzi przekroju określi zależność:

$$f = \frac{0,5 - C \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_b}{\epsilon_c} \right)^n}{1 - A \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_b}{\epsilon_c} \right)^n} \cdot h \text{ oraz } g = h - f \quad (12)$$

Przy stosowaniu betonu zwykłego ($\epsilon_c = 2\%$; $\epsilon_{cu} = 3,5\%$; $n = 2$; $C = 0,027$) otrzymujemy zależność:

$$f = \frac{0,5 - 0,027 \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_b}{2} \right)^2}{1 - 0,19 \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_b}{2} \right)^2} \cdot h \quad (13)$$

Pozostaje jeszcze obliczenie wartości wypadkowych sił w zbrojeniu A_{s1} i A_{s2} . Jak już wspomniano, są one zależne od odkształceń otaczającego je betonu, które można wyznaczyć na podstawie rysunku 2a z podobieństwa trójkątów, w zależności od odległości v rozpatrywanego miejsca od krawędzi mniej ściskanej:

$$\epsilon(v) = \epsilon_b + \epsilon_{cu} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_b}{\epsilon_c} \right) \cdot \frac{v}{h} \quad (14)$$

Zatem siły w zbrojeniu A_{s1} i A_{s2} będą równe:

$$F_{s1} = \kappa_{s1} \cdot f_{yd} \cdot A_{s1} \quad F_{s2} = \kappa_{s2} \cdot f_{yd} \cdot A_{s2} \quad (15)$$

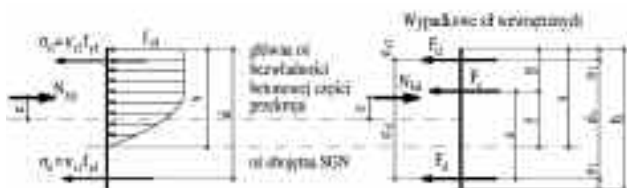
$$\kappa_{s1} = \frac{\epsilon_{s1}}{\epsilon_{sy}} \leq 1 \quad \epsilon_{s1} = \epsilon_b + \epsilon_{cu} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_b}{\epsilon_c} \right) \cdot \frac{a_1}{h} \quad (16)$$

$$\kappa_{s2} = \frac{\epsilon_{s2}}{\epsilon_{sy}} \leq 1 \quad \epsilon_{s2} = \epsilon_b + \epsilon_{cu} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_b}{\epsilon_c} \right) \cdot \frac{h - a_2}{h} \quad (17)$$

Sformułowane dwa równania równowagi zawierają trzy niewiadome – A_{s1} , A_{s2} i ϵ_b .

Równania równowagi sił przekrojowych, gdy w przekroju występuje strefa rozciągana

Przypadek ten jest łatwiejszy z punktu widzenia obliczeń i został zilustrowany na rysunku 5. Równania równowagi sił (RRS) i momentów względem środka ciężkości zbrojenia A_{s1} (RRM) przedstawiają wzory (4) i (5).



Rys. 5. Naprężenia i wypadkowe sił wewnętrznych do sformułowania równań równowagi, gdy cały przekrój jest ściskany

Fig. 5. Stresses and resultant internal forces for equilibrium equations formulation, case with tension present in the cross-section

Wypadkową naprężeń w betonie można obliczyć (identycznie jak w przypadku czystego zginania):

$$F_c = \int_{x-r}^x f_{cd} \cdot b(w) \cdot dw + \int_0^{x-r} \sigma(w) \cdot b(w) \cdot dw \quad (18)$$

gdzie: w – współrzędna mierzona od osi obojętnej; odległość r wynosi:

$$r = \frac{\epsilon_{cu} - \epsilon_c}{\epsilon_{cu}} \cdot x \quad (19)$$

Po uwzględnieniu związku konstytutywnego dla betonu (rysunek 1) uzyska się:

$$F_c = \int_{x-r}^x f_{cd} \cdot b(w) \cdot dw + \int_0^{x-r} f_{cd} \cdot \left[1 - \left(\left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c} \cdot \frac{w}{x} \right) \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_b}{\epsilon_c} \right) \right)^n \right] \cdot b(w) \cdot dw \quad (20)$$

Dla przekroju prostokątnego $b(w) = b$ wzór znacznie się upraszcza:

$$F_c = (1 - A) \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x \quad (21)$$

a stosując beton zwykły o $f_{ck} \leq 50$ MPa ($\epsilon_c = 2\text{‰}$; $\epsilon_{cu} = 3,5\text{‰}$; $n = 2$; $A = 0,19$), otrzyma się dobrze znaną zależność:

$$F_c = (1 - 0,19) \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x = 0,81 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x \quad (22)$$

W celu wyznaczenia położenia wypadkowej naprężeń w betonie należy obliczyć moment statyczny względem krawędzi mniej ściskanej:

$$S_c = \int_{x-r}^x f_{cd} \cdot b(w) \cdot w \cdot dw + \int_0^{x-r} \sigma(w) \cdot b(w) \cdot w \cdot dw \quad (23)$$

co prowadzi do zależności:

$$S_c = (0,5 - C) \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x^2 \quad (24)$$

Następnie można wyznaczyć położenie wypadkowej naprężeń w betonie względem mniej ściskanej krawędzi przekroju:

$$f = \frac{0,5 - C}{1 - A} \cdot x \quad \text{oraz} \quad g = h - f \quad (25)$$

która w przypadku wykorzystania betonu zwykłego ($\epsilon_c = 2\text{‰}$; $\epsilon_{cu} = 3,5\text{‰}$; $n = 2$; $C = 0,027$) ma postać:

$$f = \frac{0,5 - 0,027}{1 - 0,19} \cdot x = 0,58 \cdot x \quad \text{oraz} \quad g = 0,42 \cdot x \quad (26)$$

Wypadkowa naprężeń w zbrojeniu A_{s2} wynosi:

$$F_{s2} = f_{yd} \cdot A_{s2} \quad \text{dla} \quad x \geq \beta \cdot a_2 \quad \beta = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} - \epsilon_{sy}} \quad \text{oraz} \quad \beta \geq 2 \quad (27)$$

Przy mniejszej wysokości strefy ściskanej zbrojenie A_{s2} nie uplastycznia się. Wówczas określenie naprężenia w tym zbrojeniu może okazać się trudne ze względu na niepełne zakotwienie, a problem rozwiązuje się przez sformułowanie równania równowagi momentów względem środka ciężkości A_{s2} .

Wypadkowa naprężeń w zbrojeniu A_{s1} wynosi:

$$F_{s1} = \kappa_{s1} \cdot f_{yd} \cdot A_{s1} \quad (28)$$

przy czym κ_{s1} może przyjąć znak ujemny, gdy zbrojenie podlega rozciąganiu, lub dodatni, gdy zbrojenie będzie ściskane niewielką siłą. Wartość κ_{s1} wynosi:

$$\kappa_{s1} = -1 \quad \text{dla} \quad x \leq x_{lim} \quad x_{lim} = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_{sy}} \cdot d \quad (29)$$

$$\kappa_{s1} = -\frac{\epsilon_{s1}}{\epsilon_{sy}} \geq -1 \quad \text{dla} \quad x \geq x_{lim} \quad \epsilon_{s1} = \epsilon_{cu} \cdot \left(\frac{d}{x} - 1 \right)$$

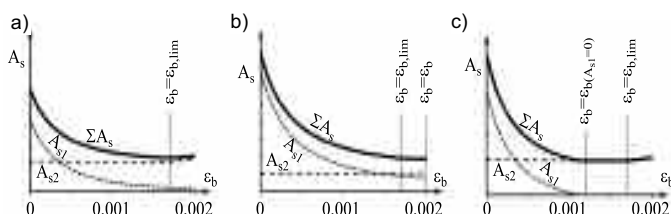
Zależność pozwalającą obliczyć odkształcenie ϵ_{s1} można wyprowadzić na podstawie rysunku 2b z podobieństwa trójkątów. Podobnie jak w poprzednim przypadku dwa równania równowagi zawierają trzy niewiadome. Są to A_{s1} , A_{s2} i x .

Warunek ekonomiczności wyniku obliczeń, gdy cały przekrój jest ściskany

Znalezienie wartości ϵ_b , dla której uzyskuje się najmniejszy sumaryczny przekrój zbrojenia, może być w prosty sposób przeprowadzone metodą graficzną. Na rysunku 6 przedstawiono charakter zbioru możliwych rozwiązań równań równowagi. Można zauważyć (rysunek 6a), że najmniejsze sumaryczne pole przekroju zbrojenia uzyska się w wielu przypadkach dla takiego rozkładu odkształceń w przekroju, dla którego w zbrojeniu A_{s2} odkształcenie wyniesie ϵ_{sy} . Wówczas odkształcenie mniej ściskanej krawędzi $\epsilon_b = \epsilon_{b,lim}$ można obliczyć z zależności (17):

$$\epsilon_{s2} = \epsilon_{sy} = \epsilon_{b,lim} + \epsilon_{cu} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon_{b,lim}}{\epsilon_c} \right) \cdot \frac{h - a_2}{h} \rightarrow \epsilon_{b,lim} \quad (30)$$

Obliczenie przekrojów zbrojenia A_{s2} i A_{s1} przy znanej wartości $\epsilon_{b,lim}$ nie stanowi problemu (do dyspozycji są dwa równania). Czasami może się jednak okazać, że wynik obliczenia A_{s1} będzie ujemny. Wówczas równania równowagi należy rozwiązać, przyjmując $A_{s1} = 0$ (rysunek 6c). Przy niewielkich wartościach mimośrodów obciążenia ($e \leq 0,05d$), najkorzystniejszy wynik uzyskuje się, przyjmując $\epsilon_b = \epsilon_c$ (rysunek 6b). Warto zwrócić uwagę, że pole przekroju zbrojenia A_{s2} , uzyskiwane w obliczeniach, w niewielkim stopniu zależy od wielkości ϵ_b .



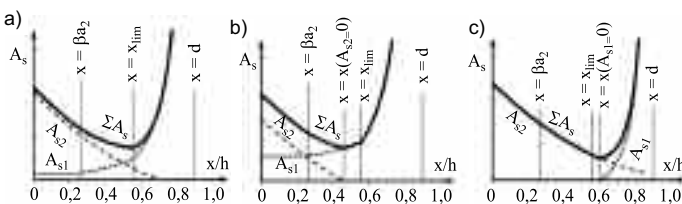
Rys. 6. Sumaryczne pole przekroju zbrojenia w zależności od przyjętej do obliczeń wartości ϵ_b (odkształcenia krawędzi mniej ściskanej)

Fig. 6. Total area of reinforcement in relationship to the value of ϵ_b (strain of the less compressed edge)

Warunek ekonomiczności wyniku obliczeń, gdy w przekroju występuje strefa rozciągana

Metoda graficzna pozwala na łatwe zobrazowanie charakteru wyników obliczeń zbrojenia w zależności od wysokości strefy ściskanej x . Najmniejsze sumaryczne pole przekroju zbrojenia uzyskuje się dla $x = x_{lim}$ (rysunek 7a). Przyjmując tę wartość, łatwo jest rozwiązać równania równowagi. Wówczas otrzymamy A_{s1} i A_{s2} . Możliwe są jednak przypadki, gdy w wyniku obliczeń jedno z pól zbrojenia będzie miało znak ujemny (rysunek 7b i 7c). Wówczas przy rozwiązaniu równań równowagi należy przyjąć zerową wartość pola tego zbrojenia, redukując liczbę niewiadomych do dwóch.

Algorytm postępowania przy obliczaniu wymaganego pola przekroju zbrojenia przedstawiono w tabeli 1. W celu ułatwienia stosowania procedur z tabeli 1, wszystkie potrzebne do obliczeń wzory zestawiono w tabeli 2.



Rys. 7. Sumaryczne pole przekroju zbrojenia w zależności od przyjętej do obliczeń wysokości strefy ściskanej x (x/h)

Fig. 7. Total area of reinforcement in relationship to the value of x (x/h actually)

Wnioski

Przedstawiona w artykule metoda pozwala na przeprowadzenie obliczeń w stanie granicznym nośności przekrojów prostokątnych, o dowolnych wymiarach i grubości otuliny, obciążonych siłą ściskającą i momentem zginającym, przy dowolnej relacji pomiędzy obu typami obciążenia. Obliczenia nie wymagają stosowania nomogramów i tablic, wystarcza-

Tabela 1. Obliczanie pola przekroju zbrojenia

Table 1. Procedure for reinforcement calculation

A. Rozciąganie występuje w przekroju	B. Cały przekrój ściskany
A1. Przyjęcie $x = x_{lim}$ → obliczenie A_{s2} . Gdy $A_{s2} > 0$ → obliczenie A_{s1} . Gdy $A_{s1} > 0$ → koniec. Gdy $A_{s1} ≤ 0$ → A3. Gdy $A_{s2} ≤ 0$ → A2	B1. Jeśli $e ≤ 0,05 \cdot d$ → przyjęcie $\epsilon_b = \epsilon_c$ → obliczenie A_{s2} → obliczenie A_{s1} → koniec
A2. Przyjęcie $A_{s2} = 0$ → obliczenie x → obliczenie A_{s1} . Gdy $A_{s1} > 0$ → koniec Gdy $A_{s1} ≤ 0$ → za duży przekrój (można zastosować zbrojenie minimalne)	B2. Jeśli $e > 0,05 \cdot d$ → obliczenie $\epsilon_{b,lim}$ ($\epsilon_{s2} = \epsilon_{sy} \rightarrow \epsilon_{b,lim}$) → przyjęcie $\epsilon_b = \epsilon_{b,lim}$ → obliczenie A_{s2} → obliczenie A_{s1} Gdy $A_{s1} > 0$ → koniec Gdy $A_{s1} ≤ 0$ → B3.
A3. Przyjęcie $A_{s1} = 0$ → obliczenie x . Gdy $x ≥ \beta \cdot a_2$ → obliczenie A_{s2} Gdy $x < \beta \cdot a_2$ → przyjęcie $x = \beta \cdot a_2$ Gdy $A_{s2} > 0$ → koniec Gdy $A_{s2} ≤ 0$ → za duży przekrój (można zastosować zbrojenie minimalne)	B3. Przyjęcie $A_{s1} = 0$ → obliczenie ϵ_b . Gdy $\epsilon_b ≥ 0$ → obliczenie A_{s2} → koniec Gdy $\epsilon_b < 0$ → A.
Jeśli w A2 lub A3 obliczona wartość x nie ma sensu ($x < 0$ lub $x > h$) → B. Zamiast $A_{s1} = 0$ lub $A_{s2} = 0$ można założyć minimalne pole przekroju tych zbrojeń (obliczenia są bardziej pracochłonne).	Jeśli $A_{s2} < 0$ → za duży przekrój słupa. W B3 zamiast $A_{s1} = 0$ można przyjąć zbrojenie minimalne (obliczenia są bardziej pracochłonne). Dla $e > 3,5 \cdot d$ przekrój można traktować jak zginany, i pomijać wpływ siły osiowej.

Tabela 2. Wzory do obliczania pola przekroju zbrojenia

Table 2. Formulae used in the reinforcement area calculation

Równania równowagi	
$N_{Ed} = F_c + F_{s1} + F_{s2}$	$N_{Ed} \cdot e_{s1} = F_c \cdot (d - g) + F_{s2} \cdot d_s$
Składniki równań równowagi	
$F_{s1} = \kappa_{s1} \cdot f_{yd} \cdot A_{s1}$	$F_{s2} = \kappa_{s2} \cdot f_{yd} \cdot A_{s2}$
$A = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{cu} \cdot (n+1)}$	$C = \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{cu}}\right)^2 \cdot \frac{1}{(n+1) \cdot (n+2)}$
Rozciąganie obecne w przekroju $x < h$	Cały przekrój ściskany
$F_c = (1 - A) \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x$	$R = 1 - \frac{\epsilon_b}{\epsilon_c}$ $F_c = (1 - A \cdot R^n) \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h$
$f = \frac{0,5 - C}{1 - A} \cdot x$ $g = x - f$	$f = \frac{0,5 - C \cdot R^n}{1 - A \cdot R^n} \cdot h$ $g = h - f$
$\kappa_{s1} = -1$ dla $x ≤ x_{lim}$	$\kappa_{s1} = \frac{\epsilon_{s1}}{\epsilon_{sy}} ≤ 1$
$\kappa_{s1} = \frac{\epsilon_{s1}}{\epsilon_{sy}} ≥ -1$ dla $x > x_{lim}$	$\epsilon_{s1} = \epsilon_b + \epsilon_{cu} \cdot R \cdot \frac{a_1}{h}$
$\epsilon_{s1} = -\epsilon_{cu} \cdot \left(\frac{d}{x} - 1\right)$	$\kappa_{s2} = \frac{\epsilon_{s2}}{\epsilon_{sy}} ≤ 1$
$\kappa_{s2} = 1$ dla $x ≥ \beta \cdot a_2$	$\epsilon_{s2} = \epsilon_b + \epsilon_{cu} \cdot R \cdot \frac{h - a_2}{h}$
Dla betonu zwykłego ($f_{ck} ≤ 50$ MPa):	
$\epsilon_c = 2‰$	$\epsilon_{cu} = 3,5‰$ $n = 2$ $A = 0,19$ $C = 0,027$

jące jest użycie kalkulatora. W niektórych przypadkach konieczne jest rozwiązanie równania trzeciego stopnia – obecnie produkowane kalkulatory mają taką funkcję. Możliwe jest alternatywne zastosowanie arkusza kalkulacyjnego. Niektóre stałe wartości wynikające z właściwości betonu, zależnych od jego klasy, podano przy założeniu stosowania betonu zwykłego (do C50/60 włącznie). Wzory w postaci ogólnej, podane w części teoretycznej, mogą być zastosowane także do innych typów przekrojów niż prostokątne, również przy przyjęciu betonu wysokiej wytrzymałości. W opracowaniu posłużono się paraboliczno-prostokątną zależnością charakteryzującą beton przy ściskaniu. Eurokod dopuszcza także zależność dwuliniową – wówczas niektóre z zależności stają się prostsze (nie ma wykładnika „n”), co ma znaczenie przy analizie dla wyższych klas betonu. Przedstawiona metoda pozwala także na uwzględnienie w obliczeniach zbrojenia zlokalizowanego na różnych poziomach w przekroju, co w przypadku słupów jest dość częste.

Literatura

[1] Czkwianianc Artiom, Maria Kamińska. 2006. „Nośność przekrojów obciążonych momentem zginającym i siłą podłużną”. Rozdział w: *Podstawy projektowania konstrukcji żelbetowych i sprężonych według Eurokodu 2*. Wrocław. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne.

[2] Knauff Michał, Agnieszka Golubińska, Piotr Knyziak. 2013. *Tablice i wzory do projektowania konstrukcji żelbetowych z przykładami obliczeń*. Warszawa. Wydawnictwo Naukowe PWN.

[3] Lechman Marek. 2011. *Wymiarowanie przekrojów elementów z betonu zginanych z udziałem siły osiowej według Eurokodu 2*. Instytut Techniki Budowlanej.

[4] Łapko Andrzej, Jensen Bjarne Christian. 2009. *Podstawy projektowania i algorytmy obliczeń konstrukcji żelbetowych*. Warszawa. Arkady.

[5] Pędziwiatr Janusz. 2015. „Wymiarowanie mimośrodowo ściskanych przekrojów prostokątnych bez strefy rozciąganej – zbrojenie niesymetryczne”. *Materiały Budowlane* 514 (6): 60 – 61. DOI: 10.15199/33.2015.06.21.

[6] Pędziwiatr Janusz. 2015. „Wymiarowanie mimośrodowo ściskanych przekrojów prostokątnych bez strefy rozciąganej – zbrojenie symetryczne”. *Materiały Budowlane* 514 (6): 62 – 63. DOI: 10.15199/33.2015.06.22.

[7] PN-EN 1992-1-1:2008. Eurokod 2. Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.

Przyjęto do druku: 03.08.2018 r.